

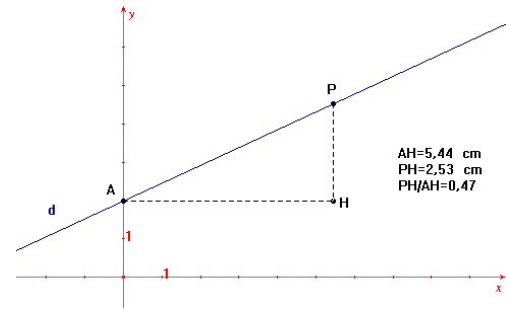
Cabri pour l'algèbre et l'analyse

Courbes et fonctions

- 1) Afficher le système d'axes par défaut.
Créer un point A sur l'axe des ordonnées.
Construire une droite quelconque par A.
Créer un point P sur la droite.
Construire les segments [A,H] et [P,H], où APH est un triangle rectangle en H.

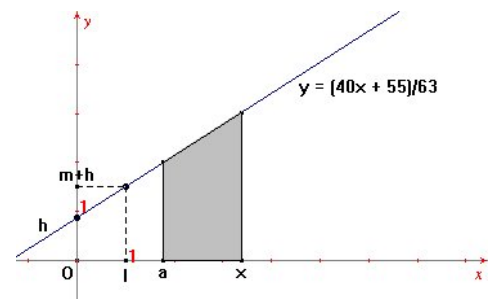
Calculer avec la calculatrice de Cabri le rapport $\frac{PH}{AH}$.

Déplacer P sur la droite. Déplacer la droite.
Afficher les coordonnées de A et l'équation de la droite.
Déplacer A et la droite.
Qu'est-ce que le déplacement permet de visualiser ?

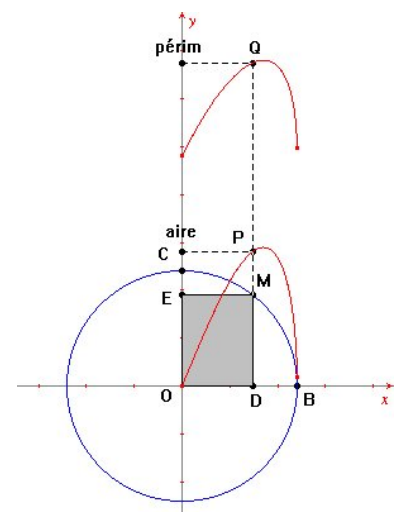


- 2) Ouvrir une nouvelle figure. Afficher le système d'axes par défaut et la grille associée.
Créer un point P sur la grille. Afficher ses coordonnées (a,b). Calculer $2a+3b$.
Déplacer P sur la grille et observer les variations de $2a+3b$.
Explorer où se trouvent tous les points vérifiant $2a+3b=6$.
Aussitôt que vous avez trouvé un tel point, vous pouvez créer un point à sa place sur la grille.
Comment déplacer P pour laisser $2a+3b$ invariant.

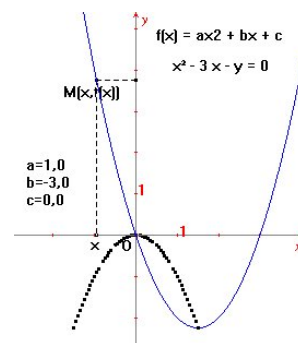
- 3) Ouvrir une nouvelle figure.
Afficher le système d'axes par défaut.
Créer les points h et m+h sur l'axe des ordonnées et le point (1,m+h).
Créer la droite passant par les points (0,h) et (1,m+h); elle admet l'équation $y = mx + h$.
Créer un point a et un point x sur l'axe des abscisses.
Calculer l'aire algébrique du trapèze déterminé par la droite et l'axe des abscisses comme ci-dessous.
Grapher la fonction donnant l'aire du trapèze en fonction de x.
Quelle courbe doit-on obtenir ? Vérifier avec Cabri.
Prévoir ce qui doit se passer si la droite pivote autour de son intersection avec l'axe des ordonnées ? si a varie ?
Vérifier avec Cabri.



- 4) Pour quel point M sur l'arc de cercle BC l'aire du rectangle EMDO est maximum ? le périmètre de ce rectangle est maximum ?
Attention, EMDO doit être construit comme un polygone pour que son aire puisse être affiché.
Afficher les axes par défaut.
Construire le cercle C(O,OB) de centre O et de rayon OB avec B sur l'axe des abscisses.
Construire l'arc BC, le point M sur cet arc, puis D et E ses projetés orthogonaux sur l'axe des abscisses et des ordonnées respect.
Construire le polygone (ici rectangle) EMDO et afficher son aire.
Construire P et Q dont D est le projeté orthogonal sur (OB) et dont l'ordonnée est, respectivement, l'aire et le périmètre de EMDO.
On peut justifier algébriquement notre prédiction sur les maxima.
Effacer les lieux de P et Q. Reporter le périmètre sur l'axe des abscisses et l'aire pour la même position de M sur l'axe des ordonnées.
Construire le point R d'abscisse le périmètre et d'ordonnée l'aire.
Afficher le lieu de R quand M varie sur l'arc BC du cercle.
Quelle est la courbe tracée par R ? Justifier votre conjecture.



- 5) Afficher le système d'axes par défaut. Afficher trois nombres a, b, c.
 Construire dans Cabri la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$.
 Quel est l'effet géométrique sur la parabole des variations de a ? de c ?
 Changer a, b et c afin d'obtenir la courbe d'équation $y = 1,0x^2 + 0,0x + 0,0$.
 Comment se déplace le sommet de la parabole quand b varie de 0 à -3,
 puis de -3 à +3 ? Quelle est la trajectoire de ce sommet quand b varie ?

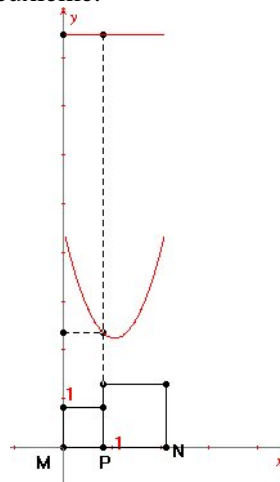


Jeu de cible :

Afficher la grille. Se donner une autre parabole passant par 5 points de la grille (avec l'outil conique).
 En faisant varier a, b et c, amener la première parabole en coïncidence avec la deuxième.

6) Les deux carrés

Créer un segment [MN] et un point P variable sur [MN].
 Construire les carrés de côté [MP] et [PN].
 Construire le graphe des fonctions somme des périmètres et
 somme des aires de ces deux carrés.
 Pour quel point la somme des aires est-elle minimum ?



7) Equations différentielles

– Une résolution kinesthésique

Soit l'équation différentielle $y' = y$.

- a) Afficher les axes. Appeler O son origine. Créer un point M.

Afficher ses coordonnées. Avec l'outil *Nombre*, éditer le nombre 1.

Construire le point I de l'axe (OI) d'abscisse 1 (outil *Report de mesure*)

Construire le vecteur tangent en M à la solution de l'équation différentielle, puis le vecteur unitaire de même sens que le vecteur tangent.

Activer la trace de ce vecteur et déplacer le point M.

Vous obtenez ainsi le champ de vecteurs tangents de l'équation différentielle.

Que peut-on dire sur les formes des courbes solution ?

- b) M est un point d'ordonnée positive. Obtenir la trace de M en déplaçant M de façon à suivre le vecteur tangent. On obtient ainsi une solution. Refaire de même avec M d'abscisse négative.

Que se passe-t-il si M est un point de l'axe (OI) ?

- c) Créer un point P_0 . Appeler x_0 et y_0 ses coordonnées. L'équation

d'une courbe solution passant par P_0 est $y = \left(\frac{y_0}{e^{x_0}} \right) e^x$

Créer un point H sur l'axe (OI). Construire avec les outils *Calculatrice* et *Report de mesure* le point K

de l'axe (OJ) tel que $y = \left(\frac{y_0}{e^{x_0}} \right) e^x$. Construire le point P de projections H et K sur les axes.

Obtenir le lieu de P quand H décrit l'axe (OI).

Comparer avec les traces obtenue plus haut en déplaçant P_0 au point M.

- d) Explorer les solutions de l'équation $y' = y^2 - x$. (équation de Riccati)

