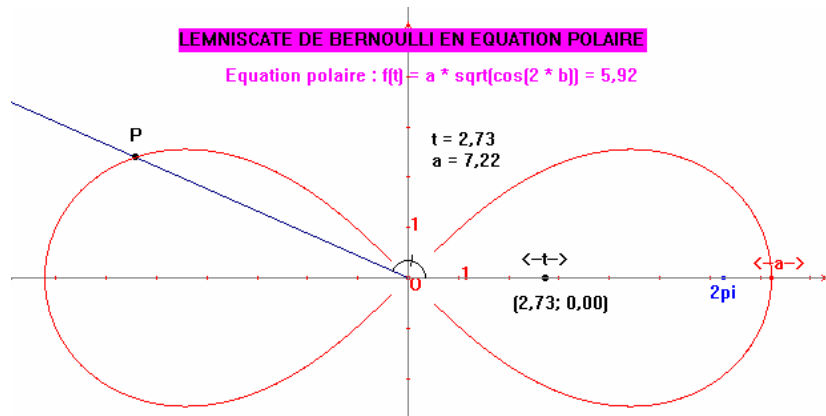


La lemniscate de Bernoulli

- 1) Soit la courbe Γ d'équation polaire $\rho = f(\theta) = a\sqrt{\cos(2\theta)}$ ($a > 0$).



Pour modifier la lemniscate, on peut déplacer le paramètre a sur l'axe (OI) ;
pour déplacer le point P sur la lemniscate, on peut déplacer le point $\leftarrow t \rightarrow$ sur (OI), avec l'abscisse de t mesuré en radian.

- 2) On définit un lieu de la manière suivante : Soit le cercle C_1 de centre $B(0,b)$ et de rayon R et une droite d qui tourne autour du pôle O . Soit les points $\{M,N\} \subset d \cap C_1$.
On construit le point $P \in [O,N]$ tel que $OP = MN$. Construire le lieu de P lorsque d tourne autour du pôle .

Sur la figure téléchargée (*lemniscate-pol.fig*), construire :

- un cercle C_2 de rayon assez grand (C_2 doit contenir la lemniscate) et un point Q sur C_2 ;
- un cercle C_1 centré en un point $B(0,b)$ de l'axe polaire et de rayon quelconque R ;
- la droite (OQ) et les points $\{M,N\} \subset (OQ) \cap C_1$;
- la demi-droite $[OQ)$ et le point $P \in [OQ) \cap C$, où C est le cercle de centre O et de rayon MN ;
- enfin le lieu du point P lorsque Q tourne sur le cercle C .

On obtient une deuxième lemniscate.

Le problème est de calculer b et R en fonction du paramètre a dans l'équation polaire $\rho = f(\theta) = a\sqrt{\cos(2\theta)}$.

Pour cela, il faut déplacer les points variables de la figure ($\leftarrow a \rightarrow$, B , B') et par « Cabri-ajustement » poser des conjectures sur ces valeurs de b et de R en fonction de a .