

Une transformation plane : l'affinité - corrigé

Soient deux droites a et d , un nombre r et un point M ;
construire la parallèle d' par M à d , le point O intersection
de d' et de a , puis le point M' homothétique de M dans
l'homothétie de centre O et de rapport r .

L'application du plan dans lui-même qui associe M à M'
est une affinité d'axe a , de direction d et de rapport r .

L'image d'un cercle est alors une ellipse.

On peut construire la macro "[affinité](#)" :

objets initiaux : l'axe a , la direction d , le rapport r et un point M ,
objet final : le point image M' .

Exercice :

Transformer les paramètres de l'affinité (axe, direction et
rapport) pour que l'affinité soit une symétrie axiale
(symétrie orthogonale).

Réponse : il faut que $a \perp d$ et $r = -1$.

De plus, si a et d sont sécantes et $r = -1$, alors l'affinité est
une symétrie oblique.

Autre construction de l'image d'un point M par une affinité donnée
par son axe, un point Q et son image Q' :

Construire M' , intersection de la droite parallèle à (QQ') par M et de
la droite $(Q'O)$, où O est le point d'intersection de la droite (QM) et
de l'axe a .

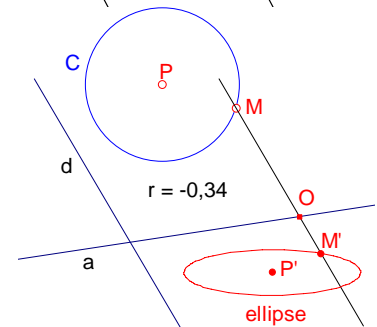
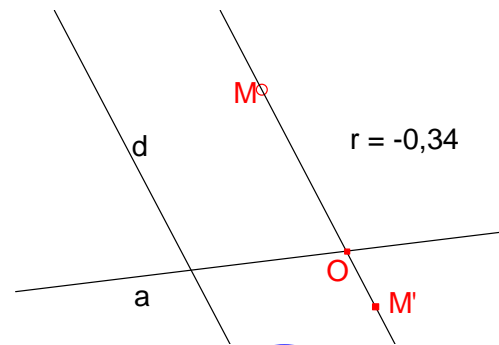
(il faut évidemment que (QM) ne soit pas parallèle à a).

Justification : théorème de Thalès.

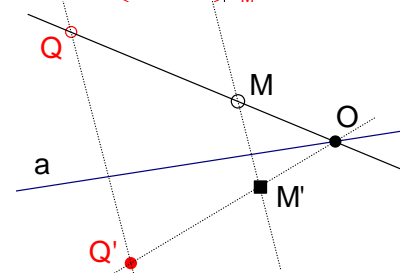
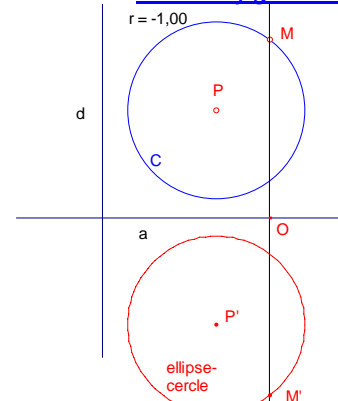
On peut alors construire une autre macro "[affinité-point](#)" :

o.i. : l'axe a , les points Q et Q' , et un point M

o.f. : le point image M' .



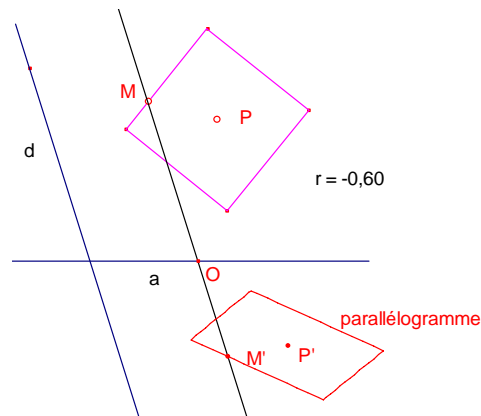
[ouvrir la figure cabri](#)



[ouvrir la figure cabri](#)

Image d'un carré :

On peut démontrer que l'image d'un carré par une affinité est un parallélogramme.



Réciproquement, on peut considérer tout parallélogramme comme l'image d'un carré par une affinité (et pas d'une seule !).

Sur cette figure on a construit le parallélogramme ABCD,

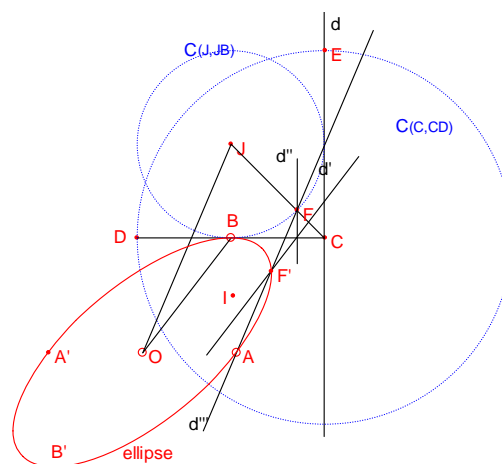
puis sur le côté [A,B] le carré ABba.

aD et bC sont parallèles. Soit M quelconque dans le parallélogramme, il est facile d'avoir son image réciproque m par l'affinité qui envoie a sur D, b sur C. Ce sont ces propriétés qui sont utilisées en perspective cavalière.

Exercice :

Construire une macro donnant une ellipse en connaissant son centre et une extrémité de deux diamètres conjugués.

Solution



Autre solution

Ouvrir la macro
ellipse-3pts.mac

