

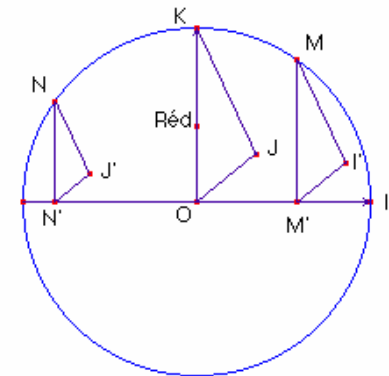
Rotation dans l'espace

1) Simulation de la rotation du trièdre autour de l'axe (OK) :

A partir de la figure "Curseur-PC", on va simuler la rotation des points I et J par une rotation quelconque d'axe (OK) en dessinant en PC les images I' et J' de I et J.

- Soit - M un point du cercle C (O, OI) et on pose $\angle MOI = \alpha$;
- soit N l'image de M par la rotation (du plan (OIK)) de centre O qui envoie I sur K,
 - M' et N' les projetés orthogonaux des points M et N sur la droite (OI),
 - I' et J' les images de I et de J par la rotation (de l'espace) d'axe (OK) et d'angle α .

Angle de fuite $\angle IOJ = 39,3^\circ$ coefficient de réduction $k = OJ/OI = 0,44$

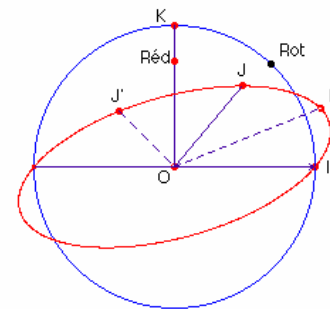


Il est clair que la rotation d'axe (OI) qui transforme J en K, envoie les points O, I, I', J', M', N' sur les points O, I, M, N, M', N'. En particulier les segments [I'M] et [MM'] (resp. [J'N'] et [NN']) sont orthogonaux et de même longueur. Le dessin de I' et J', en PC, en résulte.

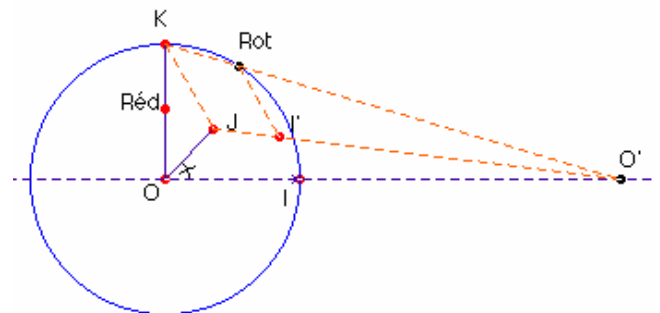
En effet, sur notre dessin en PC, plaçons un point M sur le cercle C. Le dessin des points N, M', N' ne pose aucun problème puisque ces points sont situés dans le plan frontal, où tout est en vraie grandeur. Pour les points I' et J', il suffit de remarquer que les droites (MI') et (N'J') sont des fuyantes et que les segments [MM'] et [NN'] sont les dessins en vraie grandeur des segments [MI'] et [N'J']. En d'autres termes, les triangles $\Delta M'MI'$ et $\Delta N'N'J'$ sont homothétiques au triangle ΔOKJ .

Cachons à présent toutes les constructions intermédiaires, on ne gardera que les segments [OI], [OJ], [OK], [OI'], [OJ'], le cercle C, le point *Réd* et le point M (qu'on nommera désormais *Rot* pour rotation). Puis enregistrons cette figure sous le nom *Trièdre*, on travaillera à partir de cette figure plusieurs fois.

On peut, à l'aide du point *Rot*, s'amuser à faire tourner le trièdre (O, OI', OJ', OK) autour de l'axe (OK). On peut aussi vérifier, à l'aide de l'outil *Lieu de points*, que le point I' (ou le point J') décrit une ellipse Σ de centre O passant par I et J lorsque le point *Rot* décrit le cercle C. Ce qui montre qu'en général le dessin en PC d'un cercle est une ellipse (éventuellement un segment).



La démonstration repose sur le fait que les points I' et J' ainsi que le lieu sont en fait les images respectives des points I et J et du cercle C par l'affinité d'axe (OI) qui transforme K en J.



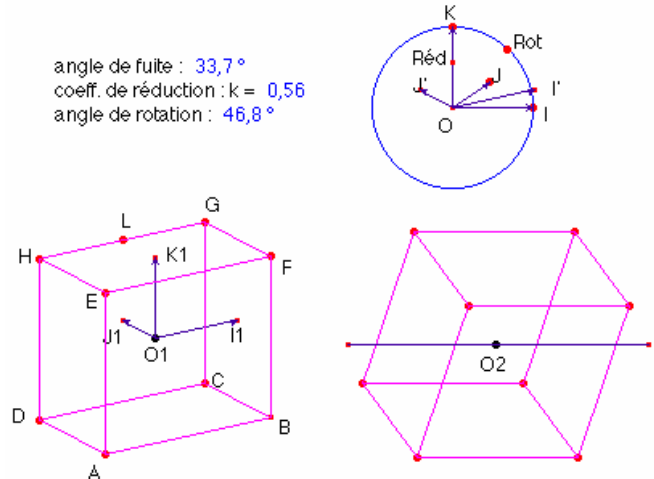
2) Simulation de la rotation d'un cube autour de l'un de ses axes :

On reprend la figure « Trièdre en rotation ». L'enregistrer sous le nom « Cube en rotation ». On se donne un point de base O_1 et on se propose de dessiner le cube de centre O_1 qui admet les images I_1, J_1, K_1 des points I', J', K par la translation de vecteur $\overrightarrow{OO_1}$ comme centre des ses trois faces.

Il suffit (par exemple) de construire les points L et G , images de J_1 et L par les translations de vecteurs $\overrightarrow{O_1K_1}$ et $\overrightarrow{O_1I_1}$, puis les points H et E symétriques de G par rapport à L et K_1 et ensuite le point F , symétrique de H par rapport à K_1 . On obtient ainsi les quatre sommets E, F, G, H de la face supérieure du cube, les sommets A, B, C et D de la face inférieure s'obtenant à l'aide de la symétrie de centre O_1 . Il ne reste plus qu'à tracer les arêtes du cube et cacher les points I_1, J_1, K_1 (le point O_1 servant à déplacer le cube à l'écran si besoin est).

En déplaçant le point **Rot** sur le cercle C (O, OI), on simule bien la rotation du cube autour de l'axe vertical (O_1K_1).

On peut maintenant transformer cette figure en une macro « *Trièdre+cube* » avec comme objets initiaux : la droite (OI), les points $O, I, J, K, \text{Rot}, O_1$ et comme objets finaux : tous les segments dessinant le cube. On l'applique aux points O, K, J, I, Rot et O_2 (où O_2 est un point de base). On obtiendra alors un cube qui tourne, cette fois-ci, autour d'un axe horizontal passant par O_2 .

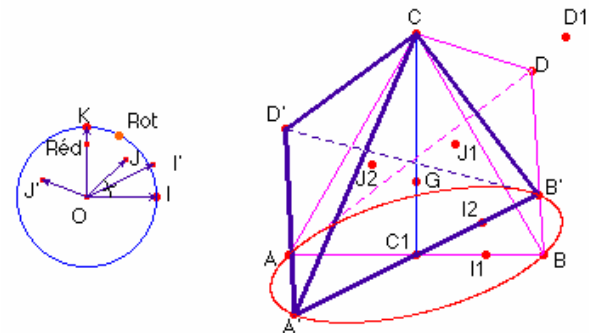


3) Simulation de la rotation d'un tétraèdre autour d'un axe vertical :

On se propose de simuler la rotation d'un tétraèdre $ABCD$, vu dans une PC de plan frontal parallèle au plan (ABC) , autour de l'axe (CC_1) , C_1 étant le pied de la hauteur issue de C dans le triangle $\triangle ABC$.

Reprendre la figure « tetra-PC.fig ».

L'enregistrer sous le nom « *Tétraèdre en rotation* ».



Soit I_1 et I_2 les images du point C_1 (milieu de $[AB]$) par la translation de vecteur \overrightarrow{OI} et $\overrightarrow{OI'}$, J_1 le point d'intersection de la demi-droite $[GD_1]$ et du cercle de centre G et de rayon OI , J_2 l'image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{OJ'}$; on construit l'image B' (resp. D') de I_2 (resp. J_2) par l'homothétie de centre C_1 (resp. G) qui envoie I_1 sur B (resp. J_1 sur D_1) et le symétrique A' de B' par rapport à C_1 . Le tétraèdre $A'B'CD'$ est l'image du tétraèdre $ABCD$ par la rotation d'axe (CC_1) et d'angle $(OI, ORot)$. En déplaçant le point **Rot** sur le cercle C (O, OI), on simule la rotation du tétraèdre $ABCD$ autour de l'axe (CC_1) .

Différents dessins en PC d'un tétraèdre régulier obtenus en faisant tourner le tétraèdre $ABCD$:

