

Introduction à l'espace : Section d'un cube par un plan sécant - corrigé

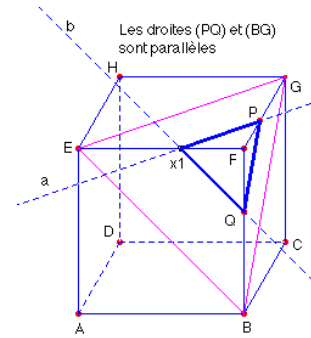
Exercice 1 : Construire la section du cube ABCDEFGH par le plan parallèle au plan (EBG) passant par x_1 , où $x_1 \in [EF]$.

Résolution :

On construit par le point x_1 les parallèles a et b respectivement aux droites (EG) et (EB) ;

puis les points $P \in a \cap [FG]$ et $Q \in b \cap [FB]$.

On vérifie bien que la droite (PQ) est parallèle à (BG).

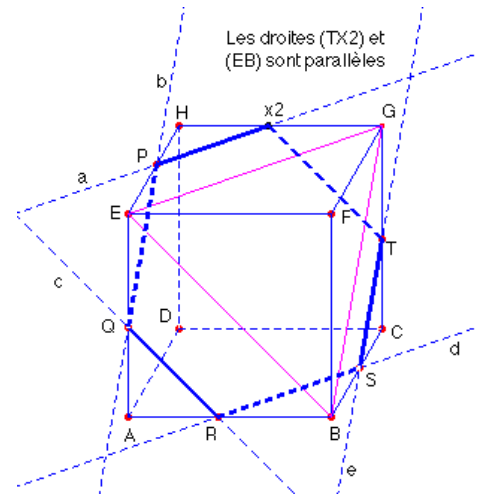


Exercice 2 : Construire la section du cube ABCDEFGH par le plan parallèle au plan (EBG) passant par x_2 , où $x_2 \in [HG]$.

Résolution : On construit :

- par le point X_2 la parallèle a à (EG) ;
- le point $P \in a \cap [EH]$;
- par le point P la parallèle b à (BG) ;
- le point $Q \in b \cap [EA]$;
- par le point Q la parallèle c à (EB) ;
- le point $R \in c \cap [AB]$;
- par le point R la parallèle d à (EG) ;
- le point $S \in d \cap [BC]$;
- par le point S la parallèle e à (BG) ;
- le point $T \in e \cap [CG]$.

On vérifie bien que la droite (TX_2) est parallèle à (EB).

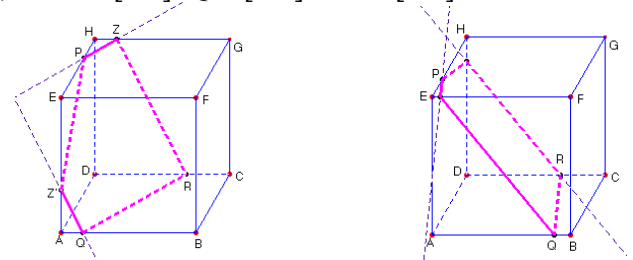


Exercice 3 :

Construire la section du cube ABCDEFGH par le plan (PQR), où $P \in [EH]$, $Q \in [AB]$ et $R \in [CD]$.

Ci-contre, deux cas de figures possibles.

Les constructions sont similaires à celles de l'exercice 2 : on travaille avec le parallélisme des traces sur les plans parallèles opposés.



Exercice 4 : Construire la section du cube ABCDEFGH par le plan (PQR), où $P \in [EH]$, $Q \in [EF]$ et $R \in [FB]$.

Résolution : un premier cas de figure : on construit

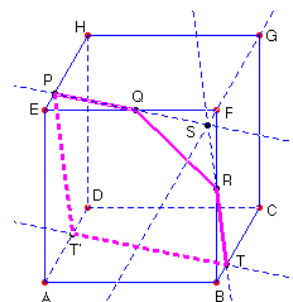
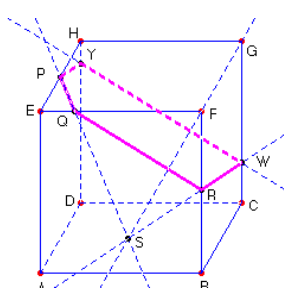
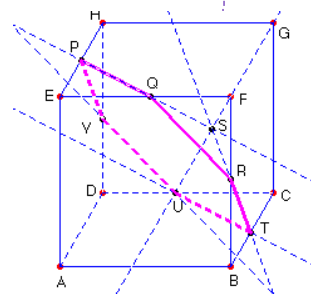
- le point $S \in (PQ) \cap (FG)$; S est un point de la face FBCG, donc la droite (SR) coupe le segment [BC] en T.
- par T la parallèle à (PQ) qui coupe le segment [CD] en U
- par U la parallèle à (QR) qui coupe le segment [DH] en V

On vérifie bien que la droite (VP) est parallèle à (RT).

un 2^{ème} et un 3^{ème} cas de figure : on construit

- le point $S \in (PQ) \cap (FG)$; S est un point de la face FBCG, donc la droite (SR) coupe le segment [CG] en W.
- par W la parallèle à (QR) qui coupe [DH] en Y

On vérifie bien que la droite (YP) est parallèle à (RW).



Exercice 5 :

Construire la section du cube ABCDEFGH par le plan (PQR), où $P \in [EH]$, $Q \in [AB]$ et $R \in [CG]$.

Résolution :

Afin de construire la section du cube par le plan (PQR), commençons par chercher l'intersection de ce plan avec la face de devant. Comme les plans (PQR) et (ABEF) ont le point Q en commun et qu'ils ne sont pas confondus, ces deux plans se coupent donc suivant une droite **d** passant par Q. Il y a alors deux cas à distinguer :

- 1) Soit la droite (PR) est parallèle au plan (ABEF), ce qui signifie que les points P et H sont confondus. La droite **d** est, dans ce cas, la parallèle à (PR) passant par Q.
 - 2) Soit la droite (PR) coupe le plan (ABEF) en un point L et la droite **d** n'est autre que la droite (QL). Il suffit donc, dans ce deuxième cas, de construire le point L pour obtenir la droite d.
- On introduit, par exemple, un point I** sur la droite (FG) distinct de F et de G. Les droites (IP) et (IR) coupent respectivement les droites (EF) et (BF) en K et J. Il est alors clair que la droite (PR) rencontre la droite (JK) en L.

La construction de la section du cube, qui est en général un hexagone (éventuellement un pentagone ou un parallélogramme si parmi les points P, Q, R un ou deux points sont confondus avec les sommets), s'achève alors facilement par le jeu des parallélismes des droites d'intersection du plan (PQR) avec deux faces opposées et donc parallèles.

