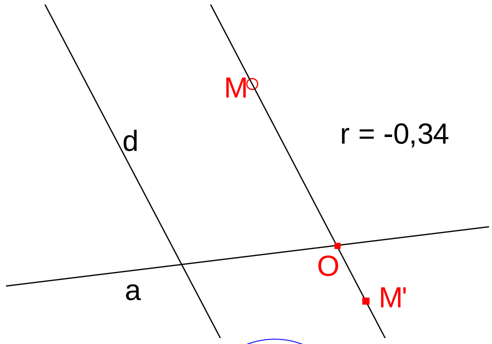
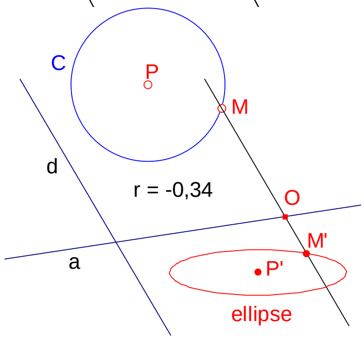
Une nouvelle transformation plane : l'affinité



Soient deux droites a et d, un nombre r et un point M ; construire la parallèle d' par M à d, le point O intersection de d' et de a, puis le point M' homothétique de M dans l'homothétie de centre O et de rapport r.
L'application du plan dans lui-même qui associe M à M' est une affinité d'axe a, de direction d et de rapport r.

L'image d'un cercle est alors une ellipse.



On peut construire la macro "affinité" :
objets initiaux : l'axe a, la direction d, le rapport r et un point M,
objet final : le point image M'.

Exercice 1 :

Transformer les paramètres de l'affinité (axe, direction et rapport) pour que l'affinité soit une symétrie axiale (symétrie orthogonale).

Réponse : …

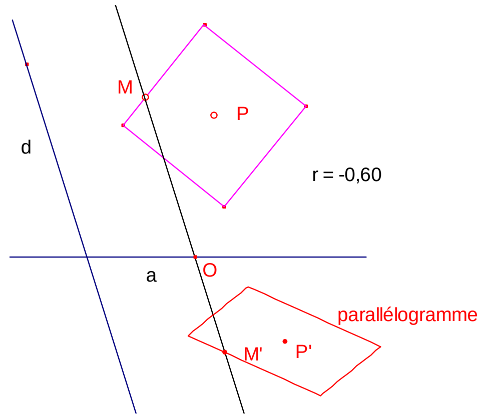
Exercice 2 :

Construction de l'image d'un point M par une affinité donnée par son axe, un point Q et son image Q' :

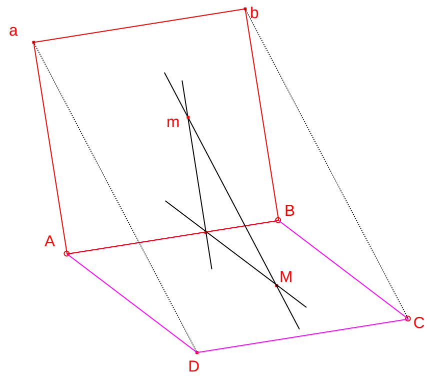
Réponse : …

Justification : …
On peut alors construire une autre macro "affinité-point" :
o.i. : …
o.f. : …

Image d’un carré :



On peut démontrer que l’image d’un carré par une affinité est un parallélogramme.



Réciproquement, on peut considérer tout parallélogramme comme l’image d’un carré par une affinité (et pas d’une seule !).
Sur cette figure on a construit le parallélogramme ABCD,
puis sur le côté [A,B] le carré ABba.
aD et bC sont parallèles. Soit M quelconque dans le parallélogramme, il est facile d’avoir son image réciproque m par l’affinité qui envoie a sur D, b sur C.
Ce sont ces propriétés qui sont utilisées en perspective cavalière.

Exercice 3 :
Construire une macro donnant une ellipse en connaissant son centre et une extrémité de deux diamètres conjugués.