

## Examen 6

### Exercice 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

Construire les graphiques  $\Gamma_f$  et  $\Gamma_g$  des fonctions  $f$  et  $g$  définies par

$$y = g(x) = ax^2 \quad \text{et} \quad y = f(x) = \frac{b}{x^2}$$

où  $a$  et  $b$  sont des paramètres réels donnés par des curseurs.

Construire ensuite la tangente  $t_f$  en  $P(x; f(x))$  à  $\Gamma_f$  et la tangente  $t_g$  en  $Q(x; g(x))$  à  $\Gamma_g$  ;  
soit  $t_f \cap (OI) = \{P_1\}$ ,  $t_f \cap (OJ) = \{P_2\}$ ,  $t_g \cap (OI) = \{Q_1\}$  et  $t_g \cap (OJ) = \{Q_2\}$ .

Enregistrer votre figure sous « **nom-exe1.fig** ».

a) Vérifier que  $\frac{\overline{OP_1}}{\overline{OQ_1}} = 3, \forall x \in \mathbb{R}, \forall \{a, b\} \subset \mathbb{R}^*$  ;

Enregistrer votre figure sous « **nom-exe1a.fig** ».

b) Vérifier que le point  $P$  est au tiers du segment  $[P_1, P_2]$  à partir de  $P_1$  ;

Enregistrer votre figure sous « **nom-exe1b.fig** ».

c) Emettre une conjecture concernant les points  $Q, Q_1$  et  $Q_2$  ;

Enregistrer votre figure sous « **nom-exe1c.fig** ».

d) Emettre une conjecture concernant les points  $O, P_2$  et  $Q_2$ .

Enregistrer votre figure sous « **nom-exe1d.fig** ».

### Exercice 2 :

Dans un repère orthonormé, soit les points  $A(a; 0)$  et  $B(-a; 0)$ ,  $a > 0$ .

Quelles sont les courbes  $\Gamma$  telles qu'en tout point  $P$  de  $\Gamma$ , la normale

(perpendiculaire à la tangente  $t$ ) en  $P$  à  $\Gamma$  est la **bissectrice intérieure** de l'angle  $\angle APB$ .

Nommer vos figures de recherche sous les noms « **nom-exe2-1.fig** »

(phase 1, champ des segments tangents), « **nom-exe2-2.fig** ». (phase 2, Euler)

Rendre toutes vos macros construites

Emettre une conjecture sur la nature des courbes solutions.

Prouver la expérimentalement :

nommer cette figure de recherche sous le nom « **nom-exe2-3.fig** » (phase 3, conjecture et preuve)