

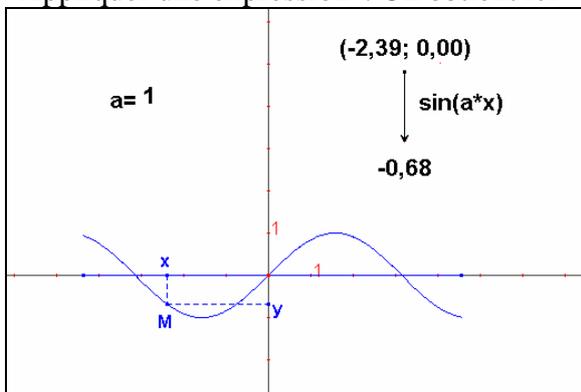
LES FONCTIONS AVEC CABRI

1. Graphiques de fonctions

Pour construire le graphique de la fonction $x \rightarrow \sin(ax)$:

On édite d'abord l'expression $\sin(a*x)$ sur l'écran de Cabri II Plus avec le nouvel outil "Expression"; cette expression peut être modifiée à tout instant : le nombre 1, valeur particulière de "a" peut aussi être modifiée en tout temps.

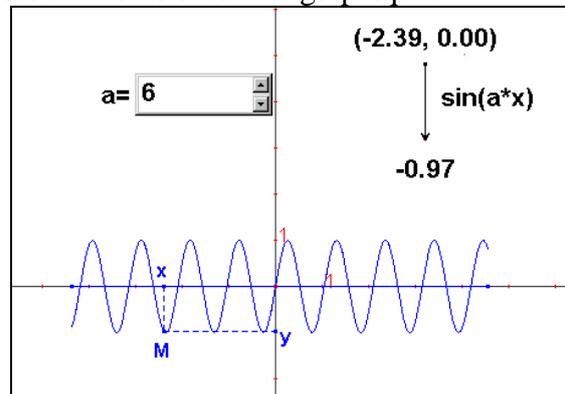
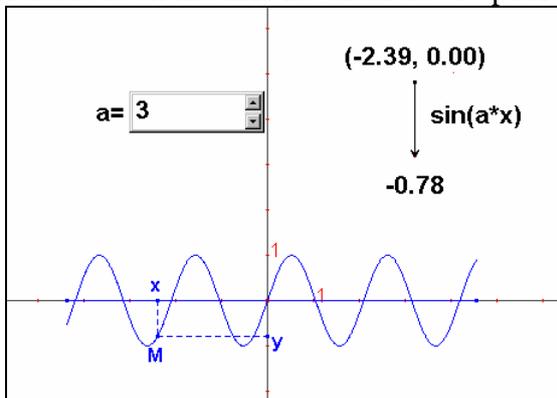
Puis, on calcule cette expression pour cette valeur special de "a" et pour la valeur de x, abscisse d'un point d'un segment de l'axe des abscisses ; on utilise aussi un nouvel outil : "Appliquer une expression". On obtient ici $-0,68$ comme valeur pour y.



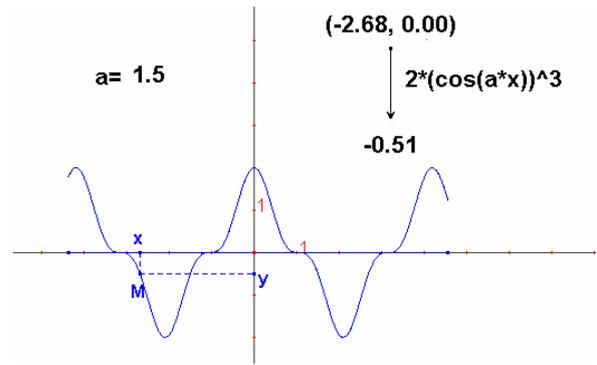
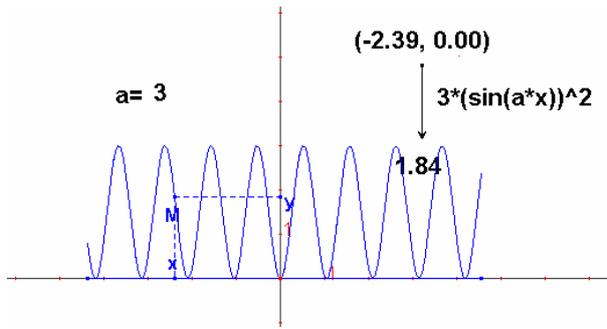
On construit le point M d'abscisse x et d'ordonnées $y = \sin(a*x)$

Finalement on construit le lieu du point M lorsque x se déplace sur le segment de l'axe des abscisses pour obtenir le graphique bleu de la fonction sinus.

Ci-dessous on modifie la valeur de "a" pour obtenir instantanément ces graphiques :

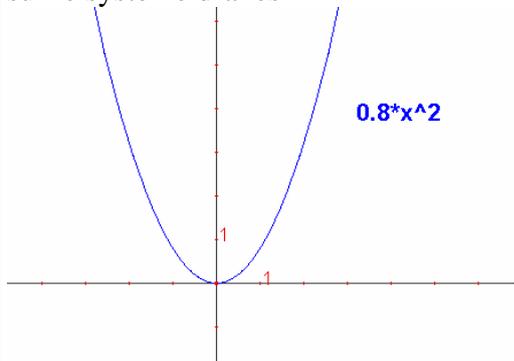


Il est aussi possible de modifier l'expression après l'avoir sélectionné par un double click pour obtenir, par exemple:

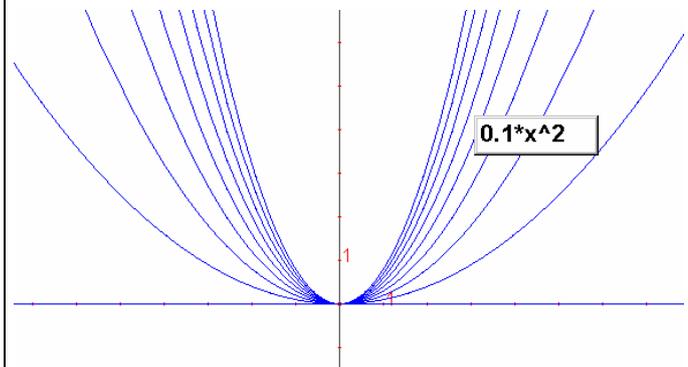


Pour construire plus vite :

Après avoir édité l'expression de la fonction, on applique cette expression sur le système d'axes

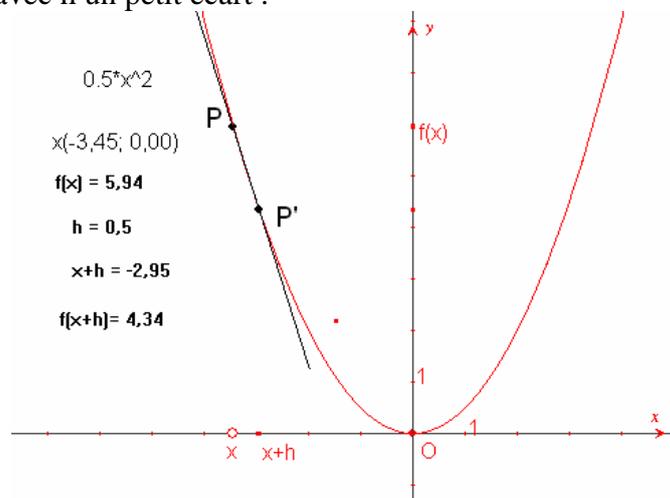


Ici, on change la valeur 0.8 pas à pas (pas de 0.1) jusqu'à 0.1. La trace des graphiques apparaît à l'écran.

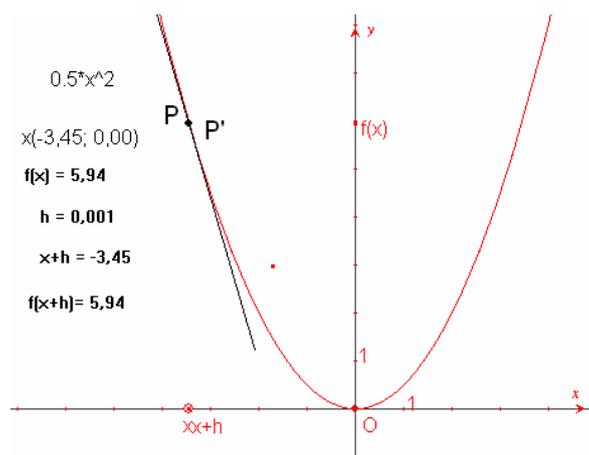


2. Tangente au graphique d'une fonction

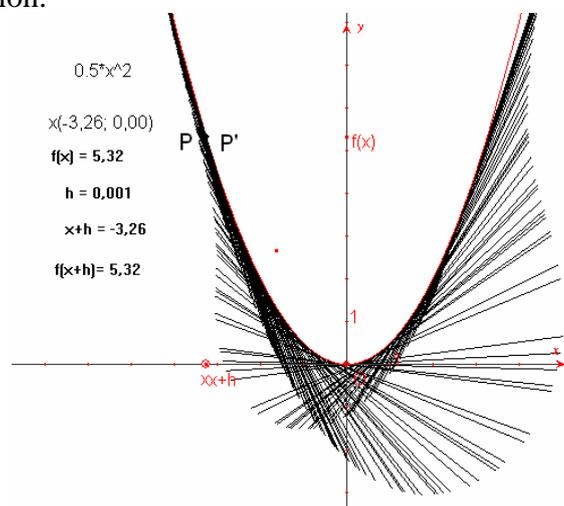
Soit x un point de l'axe des abscisses, afficher ses coordonnées : on calcule son image par f avec l'outil « appliquer une expression » sur l'abscisse de x , puis on construit le point $P(x, f(x))$. Le lieu de P lorsque x parcourt l'axe des abscisses est le graphique de la fonction f . Soit $P'(x+h, f(x+h))$ avec h un petit écart :



Lorsque l'écart h est choisi très petit, la droite sécante (PP') est une bonne modélisation de la tangente au graphique au point P .



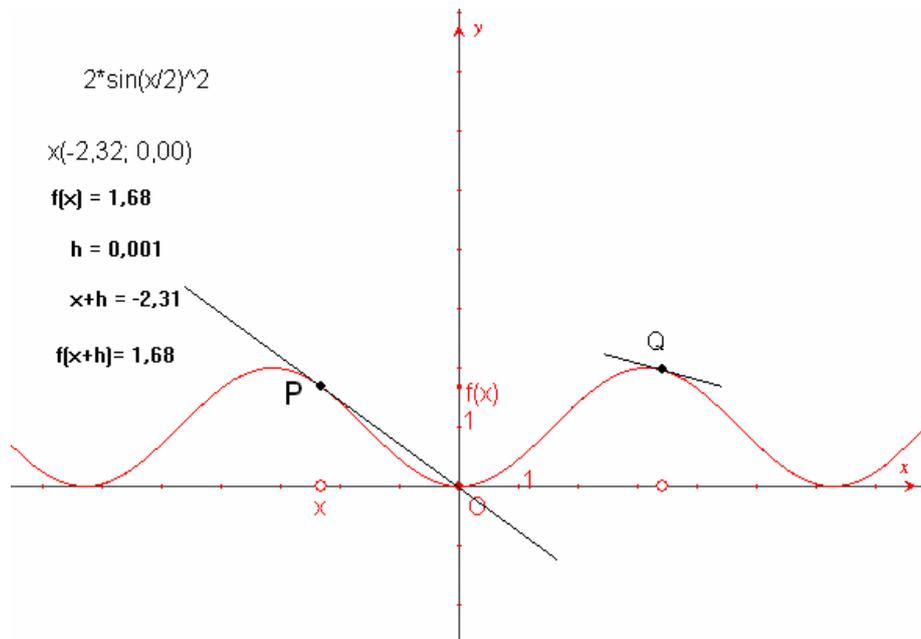
Lorsque l'on construit la trace de ces pseudo-tangentes, Cabri nous donne l'enveloppe du graphique de la fonction.



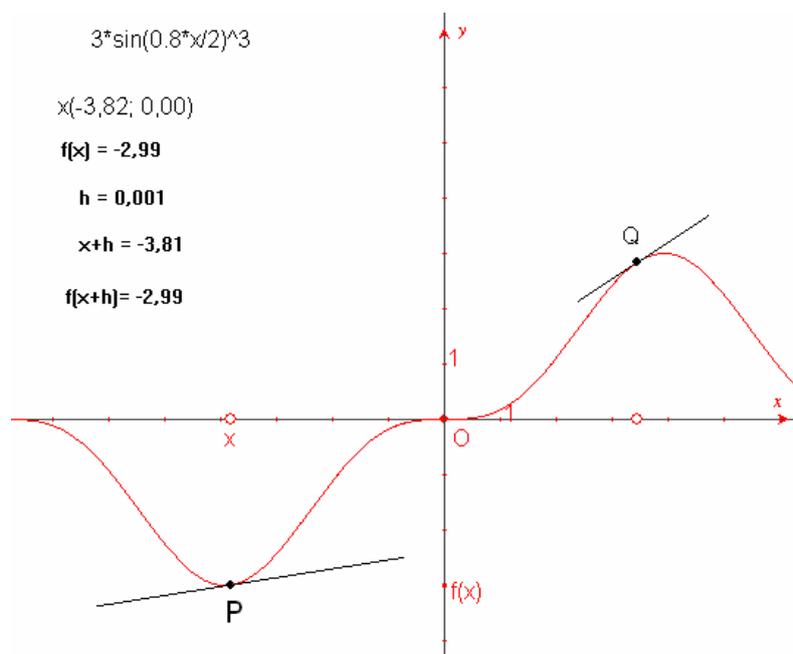
On peut enregistrer une macro construction de cette construction nommée “**tangente**” avec :
Ces objets initiaux : un point x sur l’axe des abscisses, un système d’axes, un nombre pour l’écart h et une expression pour équation du graphique sur lequel sera construit le point P.
Cet objet final : la tangente en P au graphique de la fonction donnée par l’expression.
 Attention : avant de valider la macro, cacher le point P’.

Cette macro est maintenant applicable dans cette figure cabri et peut être utilisée dans toute autre figure cabri que nous créerons plus tard.

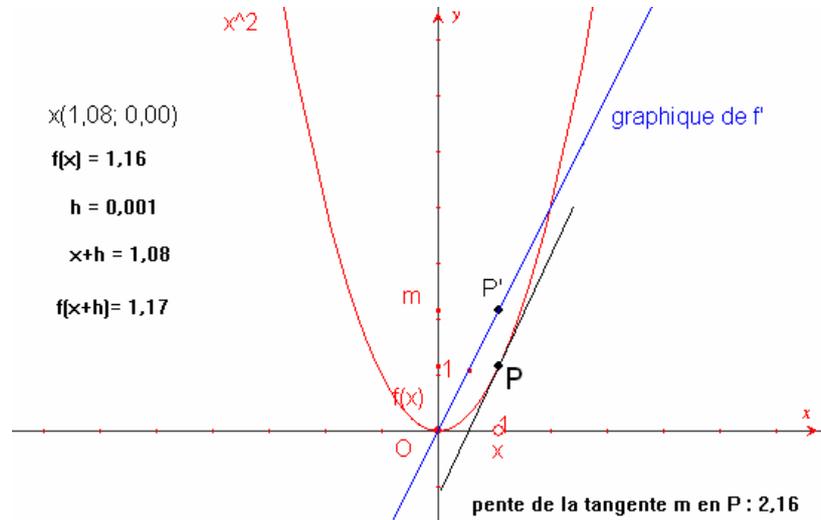
Appliquons cette macro à la figure suivante pour construire la tangente par P et Q du graphique de la fonction d’équation $y = 2\sin^2(x/2)$



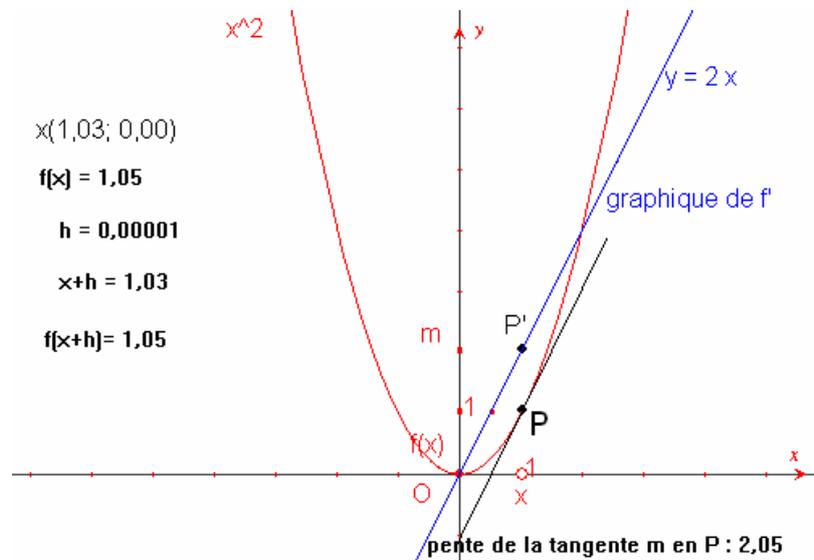
Après cela, on a seulement à modifier l’expression pour obtenir le graphique d’équation $y = 3\sin^3(0.8x)$. Les tangentes sont toujours présentes.



Prenons la fonction f définie par $y = x^2$: appliquons la macro « tangente » à un point qq x de l'axe des abscisses. Avec l'outil « pente », afficher la pente de la pseudo-tangente en P . Reportons sur l'axe des ordonnées ce nombre pente et construisons le point P' d'abscisse x (celle du point P) et d'ordonnées la pente de la tangente au graphique en P . Puis le lieu de ce point P' nous donne le graphique d'une fonction, notée f' , qui a tout point x de l'axe des abscisses donne comme image la pente de la tangente au graphique de f au point d'abscisse x . Cette fonction f' s'appelle la dérivée de la fonction f .



Dans l'exemple ci-dessus, le graphique de f' est une droite : affichons son équation avec l'outil « coord. ou équation ». Si l'équation ne donne pas $y=2x$, diminuer la valeur de h jusqu'à ce que s'affiche $y=2x$ pour l'équation du lieu de P' .



Modifions l'expression x^2 en x^3 , que devient la dérivée f' ?

Remplir le tableau suivant :

Fonction f	Fonction f'
x^4	
x^5	
Conjecturer pour x^n , avec n entier positif	
$3x^2 - 5x + 2$	
$1/x$	
$1/x^2$	
$\sin(x)$	
\sqrt{x}	

Autre méthode pour construire le graphique de la fonction dérivée f' d'une fonction f donnée :
 Reprenons la figure précédente, supprimer P' ; afficher le nombre 1, le reporter sur l'axe des abscisses, nommons ce point I. Translatons le point P en P_1 de vecteur \overrightarrow{OI} .
 La perpendiculaire à l'axe des abscisses en P_1 coupe la tangente en P_2 ; puis translater le point x de vecteur $\overrightarrow{P_1P_2}$, nommons Q ce point. Le lieu de Q lorsque x parcourt l'axe est le graphique de la fonction f' . En effet, l'ordonnée du point Q est égale à la deuxième composante du vecteur $\overrightarrow{P_1P_2}$ qui est bien la pente m de la tangente en P au graphique de la fonction f (le vecteur $\overrightarrow{PP_2}$ qui est vecteur directeur de cette tangente en P est bien $\overrightarrow{PP_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$).

