

Une partie de chasse

Sujet proposé par M. Alili, professeur à l'université de Cergy

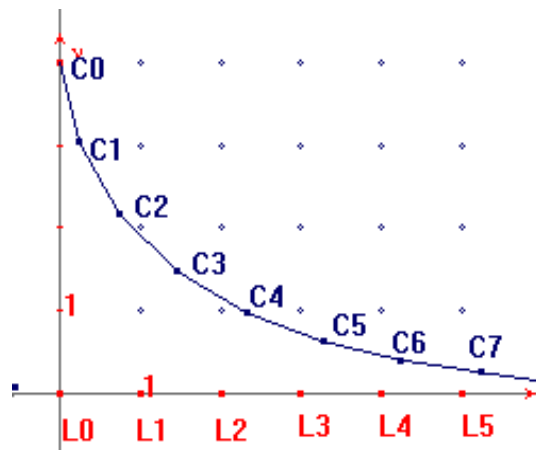


Bouda Pascal, Canu Quentin et Duigou Cédric

Sujet :

Lors d'une partie de chasse, un chien court derrière un lièvre. Le lièvre court à foulées régulières, toujours à la même vitesse et dans une direction constante. Le chien, un peu à gauche du lièvre, court à la même vitesse que celui-ci et infléchit toujours sa trajectoire de façon à ce que chacune de ses foulées le dirige vers l'extrémité de la dernière foulée du lièvre.

Sur la figure ci-dessous L_0, L_1, \dots, L_5 , sont les positions du lièvre aux instants $0, 1, \dots, 5$ et C_0, C_1, \dots, C_5 sont les positions du chien aux instants $0, 1, \dots, 5$.



Le chien arrivera t-il à rattraper le lièvre?

Dans le cas négatif, de quelle façon le chien devra-t-il modifier sa stratégie de poursuite (vitesse, position au départ, inflexion de la trajectoire) pour qu'il puisse rattraper le lièvre? Au bout de combien de temps le rattrapera-t-il alors ?

① Première observation.

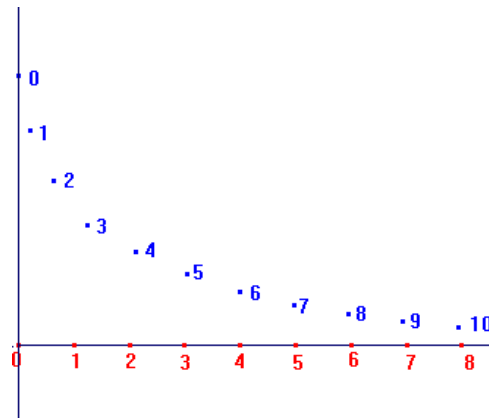
Si au départ, le chien était sur la même trajectoire que le lièvre à une distance d ; il ne pourra jamais le rattraper même si d est une distance très petite : il y aura toujours entre eux cette distance d .

② Outils utilisés.

Dans un premier temps, nous avons commencé par étudier le problème dans différentes situations à l'aide de Cabri Géomètre II.

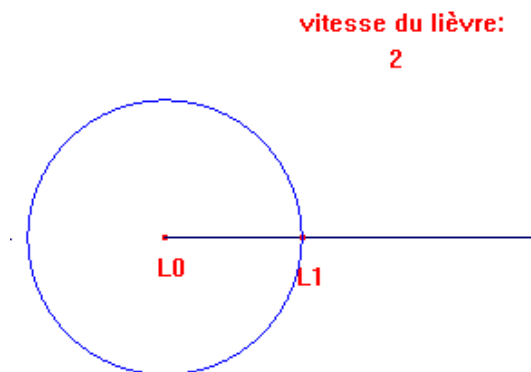
Nous avons représenté la trajectoire du chien par des points bleus et celle du lièvre par des points rouges.

Nous prenions un point de départ pour le chien et un autre pour le lièvre et le chien essayait de rattraper le lièvre en fonction de son emplacement de départ. Le lièvre lui poursuivait une ligne droite (l'axe horizontal).

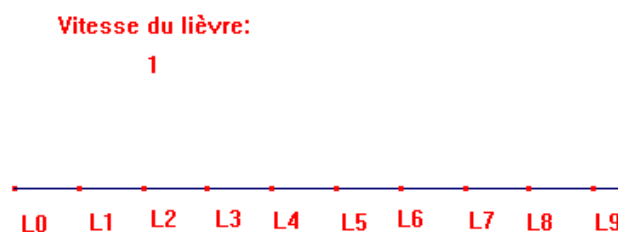


Ensuite, nous avons cherché comment nous pourrions faire dessiner rapidement les positions successives du chien et du lièvre. Nous avons décidé de faire quatre macros pour avoir des procédures de construction faciles.

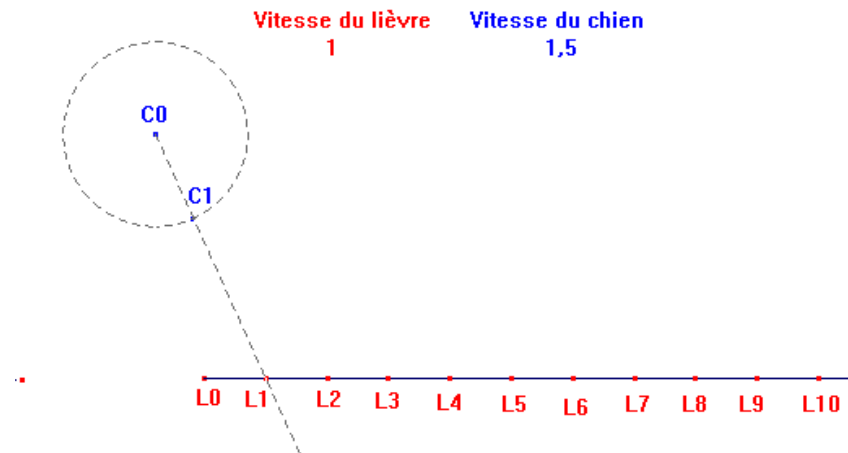
La première macro a pour but de reporter une longueur sur une demi-droite



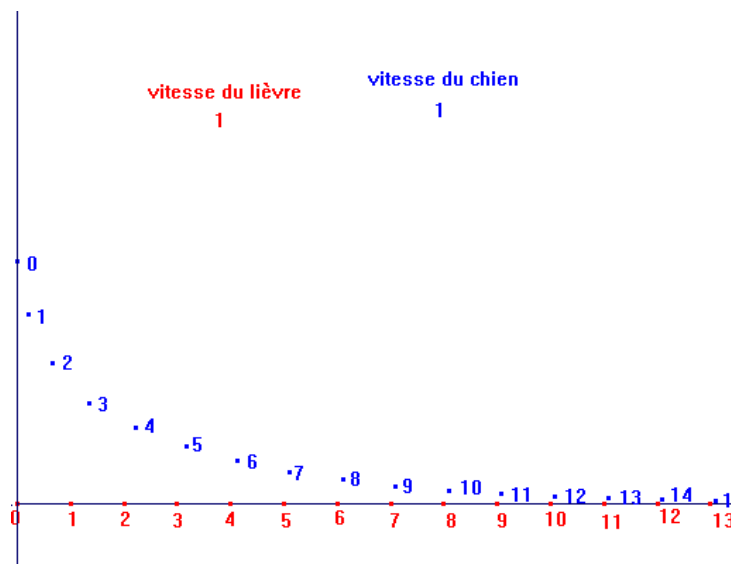
La deuxième macro permet de graduer une demi-droite de façon régulière.



La troisième macro sert à donner la position du chien en fonction de sa vitesse.



La quatrième macro dessine les positions successives du chien.



③ Mesure de la distance entre le chien et le lièvre

On a mesuré, pour une distance initiale donnée, les distances successives entre deux points (le lièvre et le chien au même moment).

Les distances seront représentées par **d0** (distance de départ), **d1** (distance à l'instant 1), **d2** (distance à l'instant 2)....

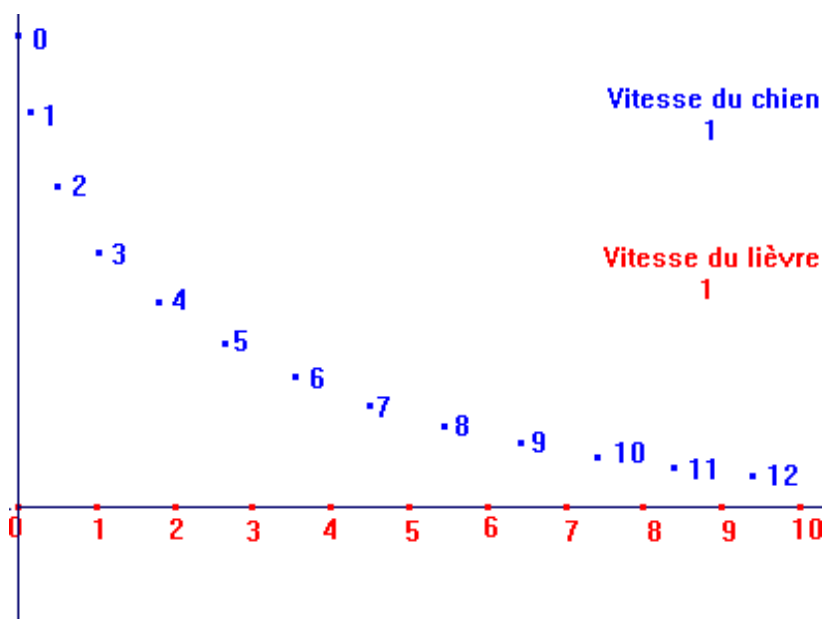
On a choisi comme valeur de distance de départ : $d_0 \approx 6$ (plus précisément 6,03 car le curseur , dans ce logiciel, ne peut être positionné qu'approximativement)

On présentera :

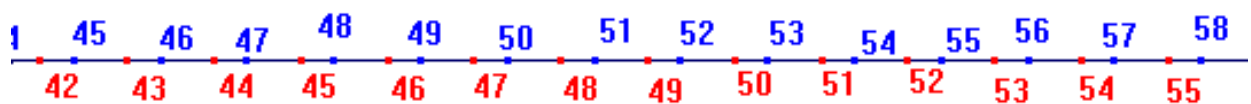
- le début du graphique
- la fin du graphique
- un tableau récapitulant les distances $d_0, d_1, d_2 \dots$ entre le lièvre et le chien.

Si $d_0 \approx 6$

Voici le début du graphique, le chien se rapproche encore petit à petit du lièvre.



Voici la fin du graphique.



Voici un tableau récapitulatif de toutes les distances entre les points. Ce qui est surligné en jaune est le début de la stabilisation.

D0	6,0325000000	D20	2,6181650297	D41	2,6178007662
D1	5,1148226671	D21	2,6180101461	D42	2,6178007659
D2	4,3697613388	D22	2,6179103968	D43	2,6178007658
D3	3,8045539201	D23	2,6178581674	D44	2,6178007657
D4	3,4207900453	D24	2,6178090048	D45	2,6178007657
D5	3,1465433255	D25	2,6178165018	D46	2,6178007657
D6	2,9584757680	D26	2,6178090048	D47	2,6178007657
D7	2,8337747857	D28	2,6178030243	D48	2,6178007657
D8	2,7531667196	D29	2,6178019483	D49	2,6178007657
D9	2,7019928130	D30	2,6178013848	D50	2,6178007657
D10	2,6698993529	D31	2,6178010898	D51	2,6178007656
D11	2,6499321291	D32	2,6178009354	D52	2,6178007656
D12	2,6375725591	D33	2,6178008545	D53	2,6178007656
D13	2,6299466036	D34	2,6178008122	D54	2,6178007656
D14	2,6252507402	D35	2,6178007900		
D15	2,6223627377	D36	2,6178007784		
D16	2,6205879485	D37	2,6178007723		
D17	2,6194977869	D38	2,6178007692		
D18	2,6188283512	D39	2,6178007675		
D19	2,6184173441	D40	2,6178007666		

Conclusion : Le chien n'a finalement pas rattrapé le lièvre, la distance se stabilise à partir d'un certain moment. Le tableau ci-dessus montre que même en examinant la distance avec une précision de 10 chiffres après la virgule on s'aperçoit que celle-ci se stabilise à partir de l'instant 51.

Remarque : En prenant $d_0 \approx 3$ puis $d_0 \approx 2$, on arrive à la même conclusion.

Pour $d_0 \approx 3$, la distance entre le chien et le lièvre se stabilise à 1,2592784742 à l'instant 28.

Pour $d_0 \approx 2$, la distance entre le chien et le lièvre se stabilise à 0,7921703871 à l'instant 24.

La réponse est donc toujours négative et ne dépend pas de la distance initiale entre le chien et le lièvre.

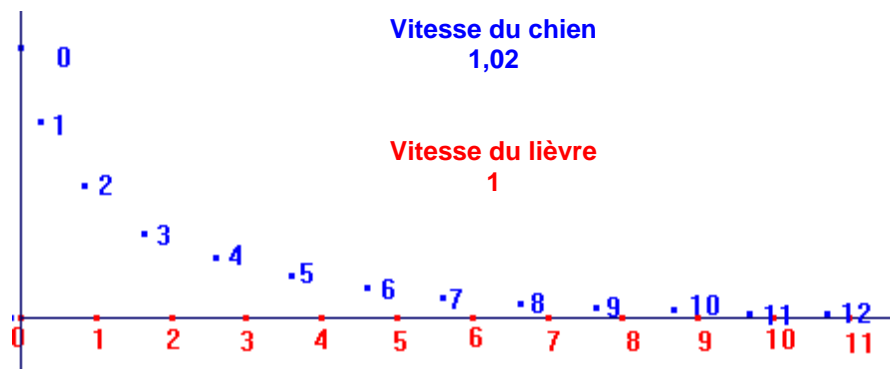
④ Variation de la vitesse et de la position du chien.

Nous avons donc réalisé deux graphiques :

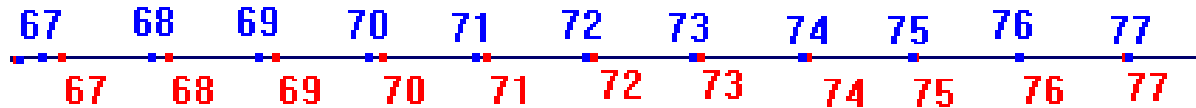
- un pour la variation de la vitesse
- un autre pour la variation de la position du chien.

Si la vitesse du chien

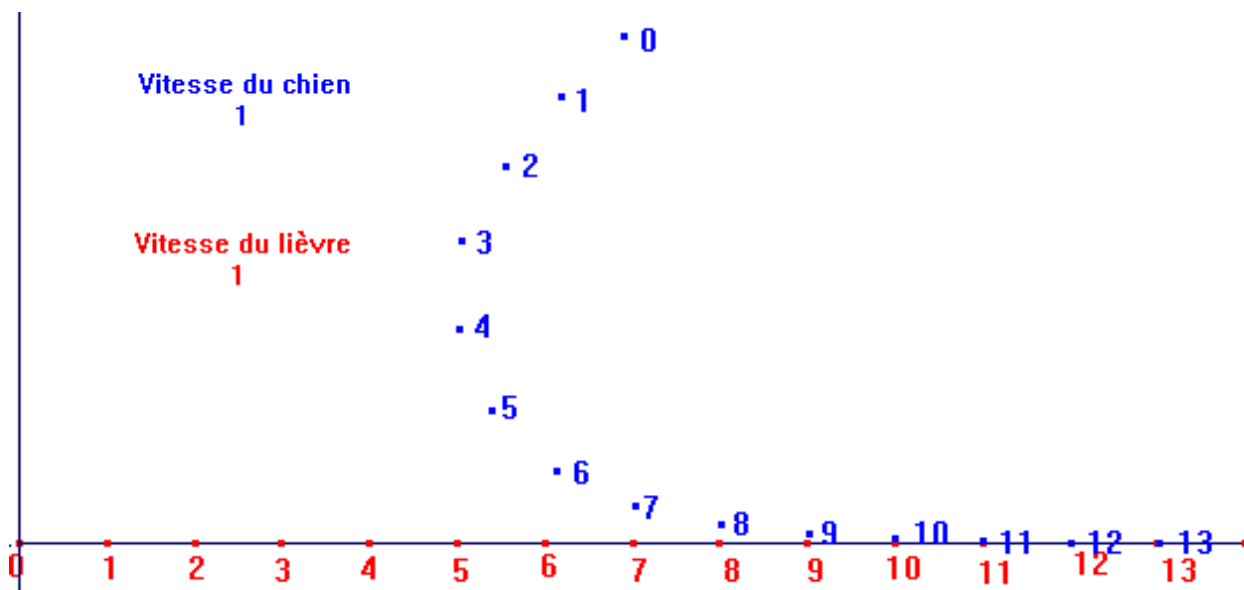
Voici le début du graphique, le chien se rapproche encore petit à petit du lièvre



Voici la fin du graphique, le chien a finalement dépassé donc rattrapé le lièvre..



Voici une partie du graphique, le chien a finalement dépassé donc rattrapé le lièvre.



⑤ Conclusion générale

Il semble que le chien attrape le lièvre si :

- 1- la vitesse du chien est supérieure à celle du lièvre
- 2- le point de départ du chien est avancé par rapport au lièvre

Pour être sûr de ces conclusions, il faudrait procéder en calculant mathématiquement les distances entre le chien et le lièvre mais cela dépasse nos compétences d'élèves de cinquième.