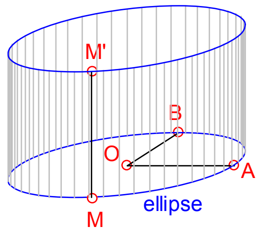
CONSTRUCTIONS DIVERSES A PARTIR D'UNE ELLIPSE

Nous allons aborder les sujets suivants :

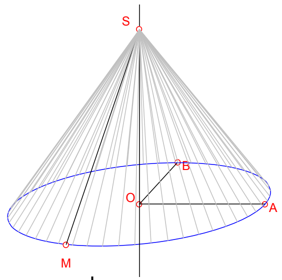
1. Construction d'un cylindre (et d'un cône).
2. Sections coniques.
3. Construction d'un tore.
4. Divers

1. CYLINDRE ET CONE.



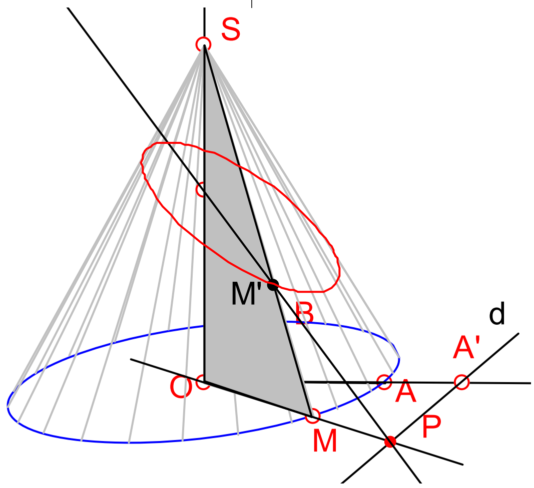
Avec la macro "ellipse-3pts", on construit une ellipse en traçant un segment horizontal [O,A] (rayon véritable du cercle dont elle est la projection), et un segment oblique [O,B](rayon perpendiculaire
vu “ en fuite ”).

On place un point M variable quelconque sur cette ellipse et on construit un segment MM' vertical (c'est à dire perpendiculaire au segment horizontal). Il ne reste plus qu'à demander le “ lieu ” de ce segment, et celui de M' (ou translater l'ellipse de vecteur $\overrightarrow{MM'}$)



Pour le cône, on construit l'axe vertical de l'ellipse, on place un point S dessus, on trace [S,M] et on demande le lieu de ce segment : voilà le cône de révolution.

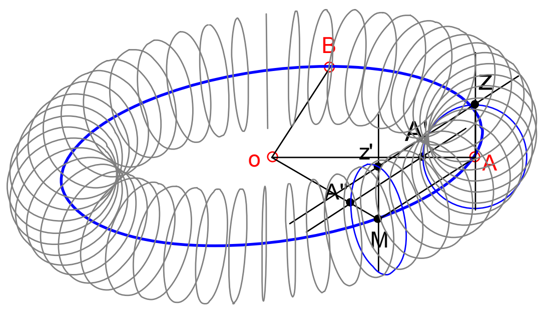
2. SECTIONS CONIQUES



On trace l'ellipse donnée par les segments [O,A] et [O,B], on place le sommet du cône S sur son axe vertical. On place un point A' quelconque sur (OA), à partir duquel on trace une parallèle d à (OB). Sur l'axe vertical de l'ellipse on place un point H : le plan sécant ∏ sera défini par la parallèle d et le point H. On cherche la section de ce plan ∏ par la génératrice (SM). Le point H appartient au plan sécant et au plan (SOM). La droite (OM) coupe le plan ∏ en P, section de cette droite avec la parallèle d définissant le plan sécant ∏ : ces deux droites sont dans le plan horizontal (OAB). On trace (PH) qui rencontre (SM) en un point M' qui est le point cherché. On demande le lieu de M' quand M varie et on obtient notre section.

En déplaçant A' sur (OA), ou H sur (OS), on fait varier le plan sécant et la section conique varie en conséquence.

3. CONSTRUCTION D'UN TORE



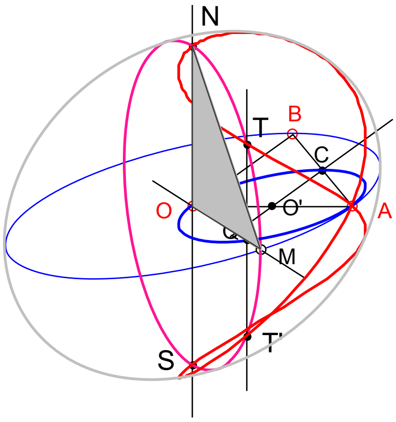
On construit à nouveau l'ellipse Σ définie par [O,A] et [O,B] : on place un point A' quelconque sur [O,A] et on construit le cercle de centre A et de rayon A'A. On place un point M libre sur l'ellipse et en traçant par A' et Z les parallèles à (MA) on obtient sur (OM) le point A'' et sur la verticale en M le point Z'. On construit alors l'ellipse Σ' définie par [M,A''] et [M,Z']. Le tore est le lieu de l'ellipse Σ' lorsque M parcourt l'ellipse Σ.

4. POUR QUELQUES ELLIPSES DE PLUS

a) La fenêtre de Viviani :

Cette courbe est l'intersection d'une sphère de centre O et de rayon OA et un cylindre généré par une verticale tournant sur le cercle de diamètre [O,A]

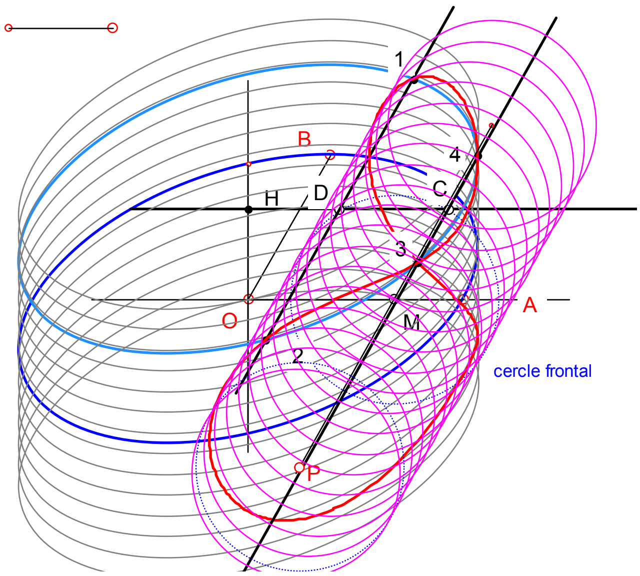
On place un point variable M sur l'équateur de la sphère, le plan (ONM) coupe la sphère suivant le méridien représenté par l'ellipse Σ définie par [O,M] et [O,N] , et coupe le cylindre suivant deux verticales, l'une étant (ON) l'autre tracée à partir de l'intersection Q de (OM) et de l'ellipse base du cylindre construite avec les segments [O',A] et [O',C] où C est le point d'intersection du segment [A,B] et de la parallèle par O' à la fuyante (OB). On obtient ainsi 2 points T et T', intersection de Σ et de la verticale par Q, dont on demande le lieu quand M parcourt l'équateur.



b) Intersection de deux cylindres :

Le premier cylindre est vertical de base le cercle représenté par l'ellipse [O,A], [O,B]. Le second cylindre est “ horizontal ”, d'axe perpendiculaire au plan frontal (c'est à dire parallèle à (OB) et de base le cercle de centre M point de la droite (OA) et de rayon variable (avec un curseur annexe). Pour voir le cylindre, construire un cercle de centre P (point sur l'axe du cylindre) et de rayon donné par le curseur, puis construire le lieu du cercle lorsque P parcourt l'axe.

On place sur l'axe vertical en O un point H par lequel va passer un plan horizontal. Ce plan coupe le premier cylindre suivant une ellipse qui sera la translatée de celle de la base par la translation de vecteur $\overrightarrow{OH}$ et coupe le second cylindre suivant deux génératrices qui passent par les intersections de la droite menée par H parallèlement à (OA) et du cercle frontal.



Les intersections de ces deux génératrices avec l'ellipse translatée donnent deux points ("1" et "2" ou "3" et "4") dont on demande les lieux (on a intérêt à limiter le déplacement de H sur le segment utile de centre O sur l'axe vertical). En déplaçant les différents éléments (les points M et la taille du curseur) de construction de la figure on obtiendra toutes les formes possibles d'intersection de deux cylindres d'axes perpendiculaires.