

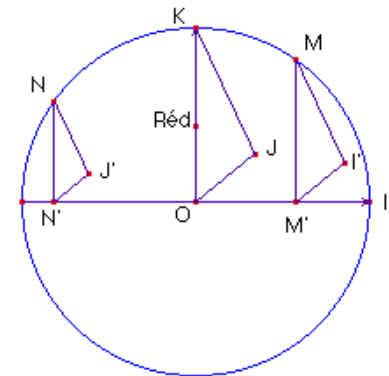
## Rotation dans l'espace – cours n°4-2

### 1) Simulation de la rotation du trièdre autour de l'axe (OK) :

A partir de la figure "Curseur-PC", on va simuler la rotation des points I et J par une rotation quelconque d'axe (OK) en dessinant en PC les images I' et J' de I et J.

- Soit - M un point du cercle  $\mathbf{C}$  (O,OI) et on pose  $\angle MOI = \alpha$  ;
- soit N l'image de M par la rotation (du plan (OIK)) de centre O qui envoie I sur K,
  - M' et N' les projetés orthogonaux des points M et N sur la droite (OI),
  - I' et J' les images de I et de J par la rotation (de l'espace) d'axe (OK) et d'angle  $\alpha$ .

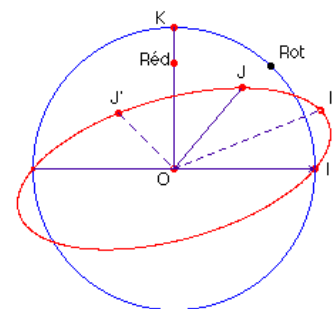
Angle de fuite  $\angle IOJ = 39,3^\circ$     coefficient de réduction  $k = OJ/OI = 0,44$



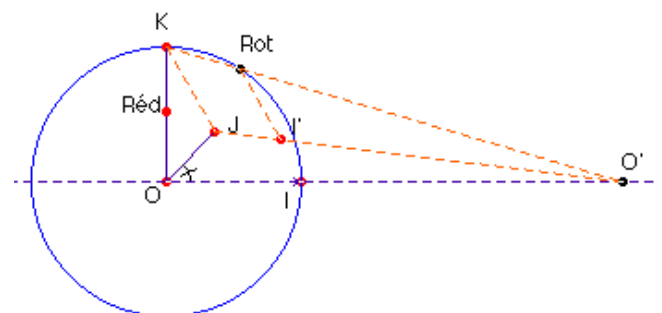
Il est clair que la rotation d'axe (OI) qui transforme J en K, envoie les points O, I, I', J', M', N' sur les points O, I, M, N, M', N'. En particulier les segments [I'M'] et [MM'] (resp. [J'N'] et [NN']) sont orthogonaux et de même longueur. Le dessin de I' et J', en PC, en résulte.

En effet, sur notre dessin en PC, plaçons un point M sur le cercle  $\mathbf{C}$ . Le dessin des points N, M', N' ne pose aucun problème puisque ces points sont situés dans le plan frontal, où tout est en vraie grandeur. Pour les points I' et J', il suffit de remarquer que les droites (M'I') et (N'J') sont des fuyantes et que les segments [MM'] et [NN'] sont les dessins en vraie grandeur des segments [M'I'] et [N'J']. En d'autres termes, les triangles  $\Delta M'MI'$  et  $\Delta N'NJ'$  sont homothétiques au triangle  $\Delta OKJ$ . Cachons à présent toutes les constructions intermédiaires, on ne gardera que les segments [OI], [OJ], [OK], [OI'], [OJ'], le cercle  $\mathbf{C}$ , le point *Réd* et le point M (qu'on nommera désormais *Rot* pour rotation). Puis enregistrons cette figure sous le nom *Trièdre en rotation*, on travaillera à partir de cette figure plusieurs fois.

On peut, à l'aide du point *Rot*, s'amuser à faire tourner le trièdre (O,OI',OJ',OK) autour de l'axe (OK). On peut aussi vérifier, à l'aide de l'outil *Lieu de points*, que le point I' (ou le point J') décrit une ellipse  $\Sigma$  de centre O passant par I et J lorsque le point *Rot* décrit le cercle  $\mathbf{C}$ . Ce qui montre qu'en général le dessin en PC d'un cercle est une ellipse (éventuellement un segment).



La démonstration repose sur le fait que les points I' et J' ainsi que le lieu  $\Sigma$  sont en fait les images respectives des points Rot et N et du cercle  $\mathbf{C}$  par l'affinité d'axe (OI) qui transforme K en J.



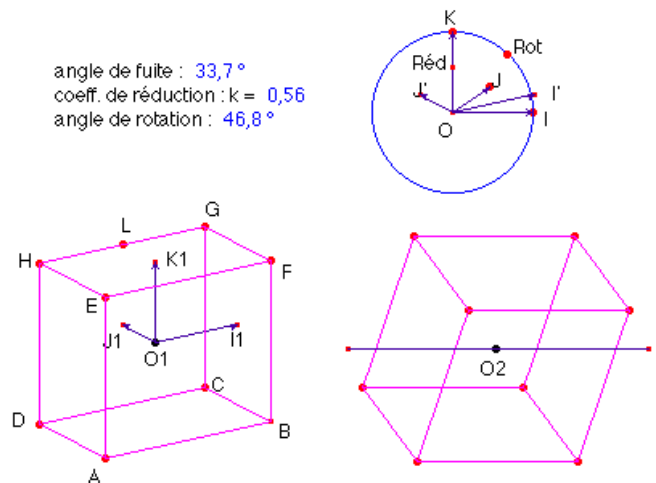
## 2) Simulation de la rotation d'un cube autour de l'un de ses axes :

On reprend la figure « Trièdre en rotation ». L'enregistrer sous le nom « Cube en rotation ». On se donne un point de base  $O_1$  et on se propose de dessiner le cube de centre  $O_1$  qui admet les images  $I_1, J_1, K_1$  des points  $I', J', K$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{OO_1}$  comme centre des ses trois faces.

Il suffit (par exemple) de construire les points  $L$  et  $G$ , images de  $J_1$  et  $L$  par les translations de vecteurs  $\overrightarrow{O_1K_1}$  et  $\overrightarrow{O_1I_1}$ , puis les points  $H$  et  $E$  symétriques de  $G$  par rapport à  $L$  et  $K_1$  et ensuite le point  $F$ , symétrique de  $H$  par rapport à  $K_1$ . On obtient ainsi les quatre sommets  $E, F, G, H$  de la face supérieure du cube, les sommets  $A, B, C$  et  $D$  de la face inférieure s'obtenant à l'aide de la symétrie de centre  $O_1$ . Il ne reste plus qu'à tracer les arêtes du cube et cacher les points  $I_1, J_1, K_1$  (le point  $O_1$  servant à déplacer le cube à l'écran si besoin est).

En déplaçant le point **Rot** sur le cercle  $\mathbf{C}$  ( $O, OI$ ), on simule bien la rotation du cube autour de l'axe vertical ( $O_1K_1$ ).

On peut maintenant transformer cette figure en une macro « *Trièdre+cube* » avec comme objets initiaux : la droite ( $OI$ ), les points  $O, I, J, K, \text{Rot}, O_1$  et comme objets finaux : tous les segments dessinant le cube. On l'applique aux points  $O, K, J, I, \text{Rot}$  et  $O_2$  (où  $O_2$  est un point de base). On obtiendra alors un cube qui tourne, cette fois-ci, autour d'un axe horizontal passant par  $O_2$ .

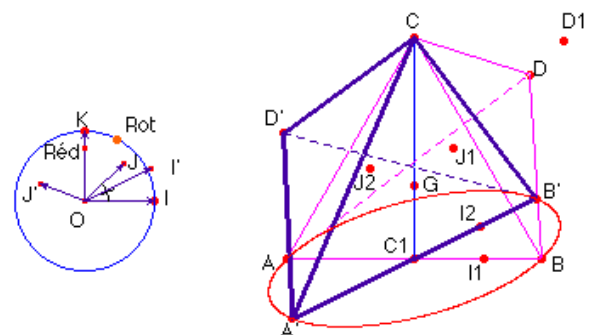


## 3) Simulation de la rotation d'un tétraèdre autour d'un axe vertical :

On se propose de simuler la rotation d'un tétraèdre  $ABCD$ , vu dans une PC de plan frontal parallèle au plan  $(ABC)$ , autour de l'axe  $(CC_1)$ ,  $C_1$  étant le pied de la hauteur issue de  $C$  dans le triangle  $\Delta ABC$ .

Reprendre la figure « [tetra-PC.fig](#) ».

L'enregistrer sous le nom « *Tétraèdre en rotation* ».



Soit  $I_1$  et  $I_2$  les images du point  $C_1$  (milieu de  $[AB]$ ) par la translation de vecteur  $\overrightarrow{OI}$  et  $\overrightarrow{OI'}$ ,  $J_1$  le point d'intersection de la demi-droite  $[GD_1]$  et du cercle de centre  $G$  et de rayon  $OI$ ,  $J_2$  l'image de  $G$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{OJ'}$ ; on construit l'image  $B'$  (resp.  $D'$ ) de  $I_2$  (resp.  $J_2$ ) par l'homothétie de centre  $C_1$  (resp.  $G$ ) qui envoie  $I_1$  sur  $B$  (resp.  $J_1$  sur  $D_1$ ) et le symétrique  $A'$  de  $B'$  par rapport à  $C_1$ . Le tétraèdre  $A'B'CD'$  est l'image du tétraèdre  $ABCD$  par la rotation d'axe  $(CC_1)$  et d'angle  $(OI, ORot)$ . En déplaçant le point **Rot** sur le cercle  $\mathbf{C}$  ( $O, OI$ ), on simule la rotation du tétraèdre  $ABCD$  autour de l'axe  $(CC_1)$ .

**Différents dessins en PC d'un tétraèdre régulier obtenus en faisant tourner le tétraèdre  $ABCD$  :**

