Des maths où l'on ne s'y attend pas !

Avec la participation de :

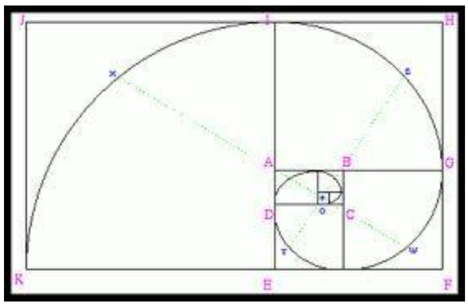
Les intervenants sont les élèves de l'atelier sciences 5ème accompagnés de l'atelier sciences 3ème et les professeurs de mathématique Madame Bourguignon et Madame Chabaud.

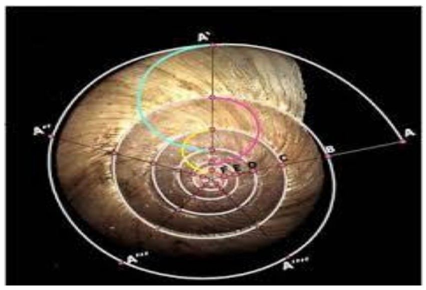
Atelier 5ème

- **-ABRIN Nedhy**
- **-ALEXIS Maxime**
- **-AVILON Mathyas**
- **-BERTHELOT Yann**
- **-BONNET Mitko**
- **-BOURGUIGNON Agathe**
- **-CARMASOL Dally**
- **-COMBET Malou**
- **-DETERPIGNY Indy**
- **-FRANCIS Curtley**
- **-FRANCOIS Cassandra**
- **-GOURDON Guillerme**
- **-LE BRIS Titouan**
- **-PAUL Noémie**
- **-PAULIN Samuel**
- **-PHAM Kenji**
- **-PILARSKI Giovanni**
- **-RAIBAUD Yann**
- **-ROUMIGUIERES Solo**
- **-SARABUS Ilana**
- **-SIMON-AMBRIS Léo**
- **-NEMORIN Mathieu**
- **-TERRET Inès**
- **-VERGEROLLE Emilie**
- **-LORIENT Solène**
- **-OSSEUX Yana**

Atelier 3ème

- **-BERNIS Jessica**
- **-KANCEL Jessy**
- **-CHAPELLE Alexandre**
- **-DOLAÏS Julien**





INTRODUCTION

Lorsqu'on nous a annoncé que l'on participerait au concours C'Génial, nous avons été contents d'apprendre que nous allions nous confronter à d'autres équipes cela nous a motivé pour gagner car nous aimons les mathématiques.

-Emilie : « Je suis contente que l'on participe au concours, car c'est pour nous une occasion de présenter le travail que l'on a fourni. Ce concours nous permet aussi de s'exprimer devant des personnes ainsi que le jury, et même si on ne gagne pas on aura appris beaucoup de choses. »

-Malou : « Je suis très contente et en même temps impatiente de participer à ce concours qui réunira beaucoup d'écoles. Merci à Mme Bourguignon et Mme Chabaud qui nous ont montré les maths sous la forme de la nature. Ça m'a beaucoup appris. »

-Agathe et Inès : « Nous sommes heureuses de participer à ce concours, il nous a permis d'approfondir notre culture »

-Solo : « J'ai été surpris de savoir que notre travail était très important car une victoire au concours voudra dire que nous avons bien travaillé et j'étais en même temps content de savoir que l'on pourra partir en France si on gagne… »

Nous avons cherché des mathématiques dans le corps humain, dans la nature et dans les arts pour tenter de répondre à la question : « Existe-t-il des propriétés mathématiques communes dans le corps humain, les sciences de la vie et de la nature et les arts ? »

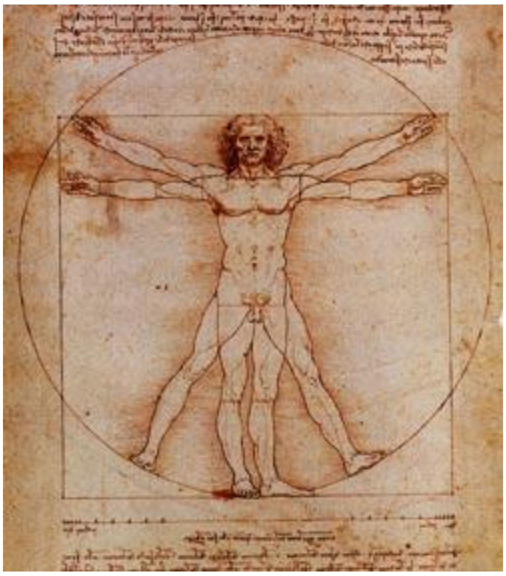
LE CORPS HUMAIN

1. <u>Des formes géométriques</u>

Le corps humain a un axe de symétrie. Si on trace une ligne qui part du milieu des cheveux et qui s'arrête entre les deux jambes on obtient un axe de symétrie.

Dans le corps humain nous avons observés plusieurs formes géométriques : « carré, cercle, triangle ».

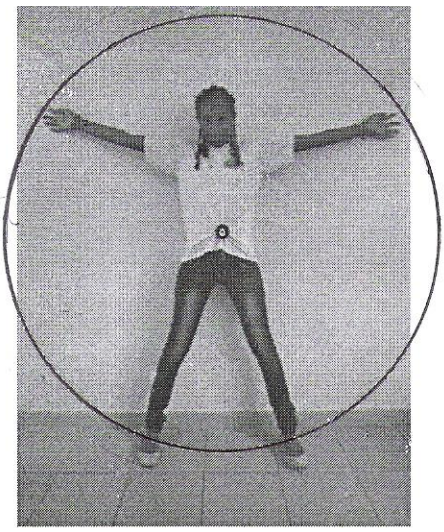
Si on tend les bras et que nous serrons les jambes, on peut faire un carré qui touche l'extrémité des mains, des pieds et de la tête, qui a pour le centre le pubis. Si on écarte les bras et les jambes on peut faire un cercle qui a pour centre le nombril et qui touche les pieds et les mains. Celui qui a découvert ce carré et ce cercle est Marcus Vitruvius Pollio, connu sous le nom de Vitruve qui est un architecte romain ayant vécu au premier siècle avant J.C. Léonard de Vinci en a fait un tableau célèbre en 1492.

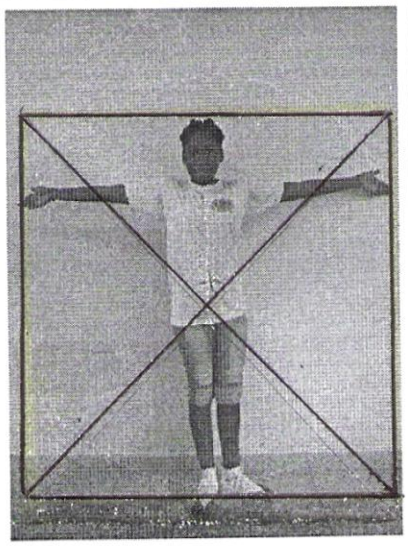


L'homme de Vitruve, de Léonard de Vinci, 1492.

Gallerie dell'Accademia, Venise.

Nous avons retrouvé ces formes géométriques sur notre corps en faisant deux photos différentes. L'une avec les bras à l'horizontale et l'autre avec les jambes ouvertes faisant un triangle isocèle.





Pour certains, ça n'a pas marché… Notre professeur nous a dit que c'était peut être parce qu'on est en pleine croissance.

L'astuce que nous avons découverte pour trouver notre taille, sans se mesurer de la tête au pied, est de mesurer du pied au pubis(ou du pubis à la tête) et de multiplier par 2 ou de mesurer d'une main à l'autre les bras étant à l'horizontale.

2. Des nombres

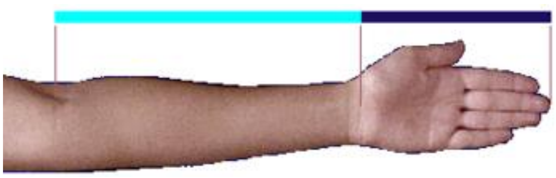
Les chiffres 2 et 5 reviennent souvent car on a :
-2 mains, 2 jambes, 2 yeux, 2 narines, 2 bras...,
- 5 doigts, 5 orteils, 5 extrémités du corps, 5 ouvertures dans le visage, 5 sens (ouïe, odorat, touché, goût, vue).

3. Le nombre d'or

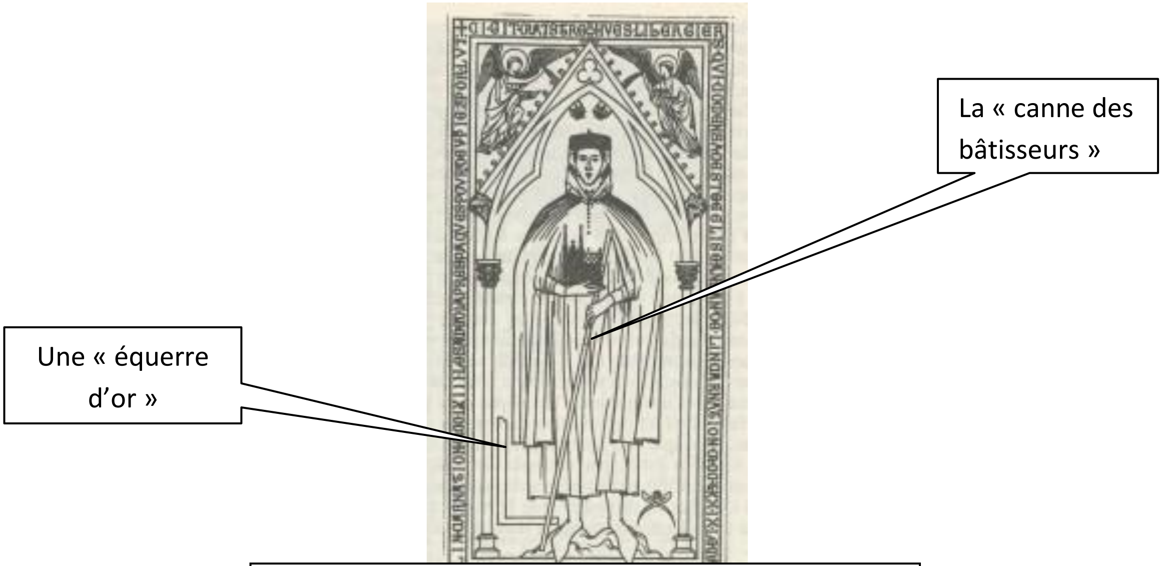
- Nous avons effectué des mesures sur notre corps. Puis nous avons fait les calculs suivants :
    - La 1ère phalange / la 2ème
    - La 2ème phalange / la 3ème
    - Distance des doigts au coude / distance du poignet au coude

Exemple $42,5/25,1 \approx 1,69$.

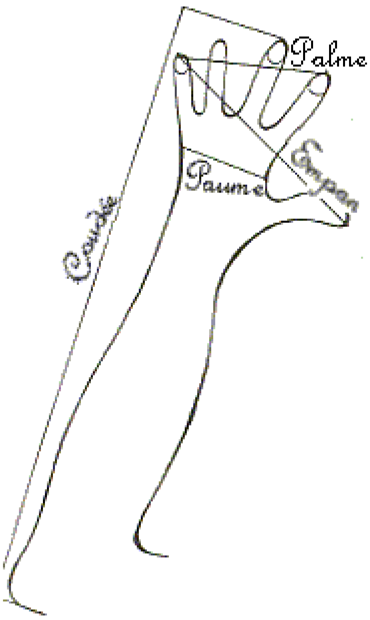
Et après ces calculs nous avons remarqué que le chiffre 1.6 revenait assez souvent.

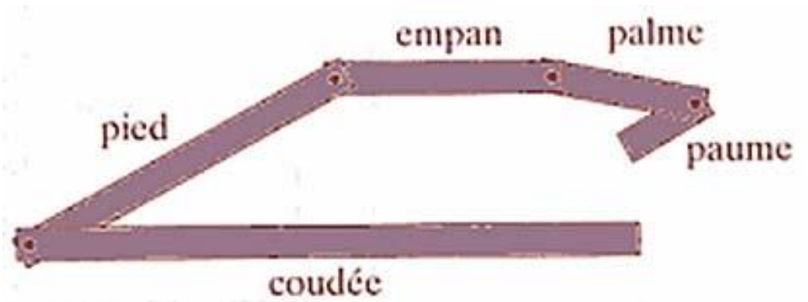


- Au moyen âge, les bâtisseurs de cathédrales (ou maîtres d'œuvre) utilisaient un bâton (d'environ 1,25m) sur lequel étaient reportées les cinq mesures idéalisées de la **paume, de la palme, de l'empan, du pied et de la coudée** d'un homme normalisé. Ils s'en servaient pour déterminer les longueurs de tous les éléments de construction.

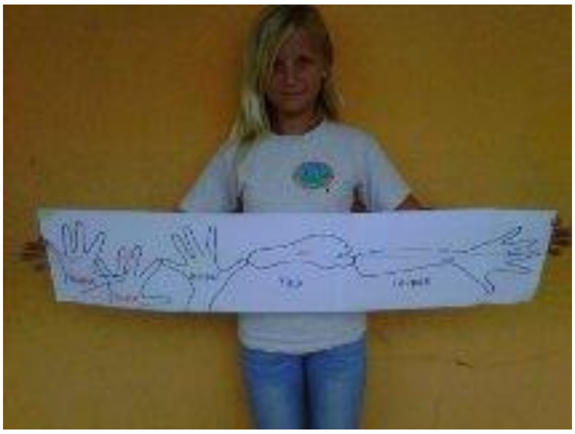


Dalle funéraire de Hugues Libergier, constructeur de l'abbaye St Nicaise de Reims et mort en 1263.





Nous avons construit notre propre canne, nous avons pris des feuilles que nous avons scotchées ensemble, puis nous avons dessiné notre paume, notre palme, notre empan, notre pied, notre coudée à la suite. La canne est la somme de la paume, la palme, l'empan, le pied et la coudée.



Les calculs que nous avons effectués sur notre canne et celle des bâtisseurs sont :

La paume + la palme

La palme + l'empan

L'empan + le pied

Nous avons constaté sur la canne des bâtisseurs que :

-la paume + la palme ≈ l'empan

-la palme + l'empan ≈le pied

-l'empan + le pied ≈la coudée

Les résultats pour nous (enfants) ne sont pas toujours les mêmes car nous sommes en pleine croissance.

Pour la canne des bâtisseurs, nous avons calculé aussi :

La palme divisée par la paume

L'empan divisé par la palme

Le pied divisé par l'empan

La coudée divisée par le pied

Et nous avons remarqué que les résultats sont proches de 1,60 ; qui est le nombre d'or.

On a aussi fait ces calculs pour nous, et nous avons parfois trouvé des résultats proches de 1,60.

LA NATURE

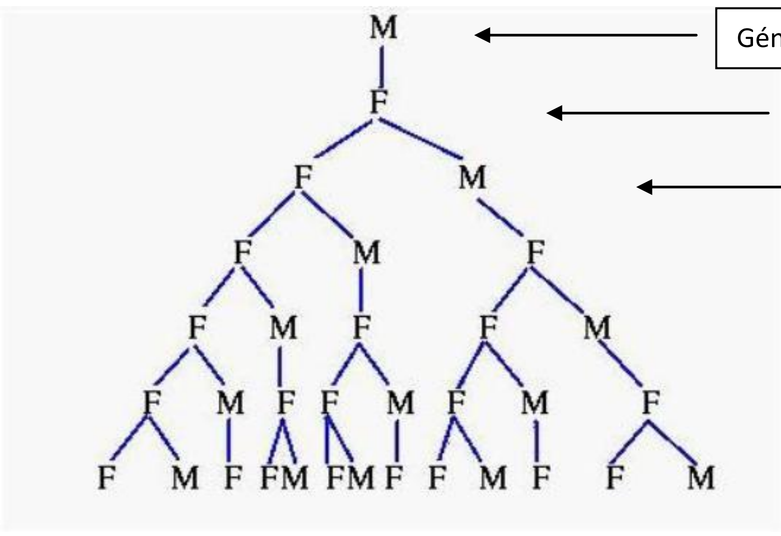
1. Une suite étonnante

Nous avons travaillé sur la suite de Fibonacci qui est : 1-1-2-3-5-8-13-21-34-55-89… Pour trouver le nombre qui vient après, il faut faire le premier nombre plus le deuxième nombre est égal au troisième, le deuxième nombre plus le troisième nombre est égal au quatrième… ou l'on peut multiplier un nombre par le quotient de lui divisé par son précédent .Si on divise un nombre par son précédent on va obtenir un nombre qui va se rapprocher de plus en plus d'environ 1,6. On appelle aussi 1,6 le nombre d'or.

Leonardo Fibonacci (v. 1175 à Pise, Italie - v. 1250) est un mathématicien italien. Il avait, à l'époque, pour nom d'usage « Leonardo Pisano » (il est encore actuellement connu en français sous l'équivalent « Léonard de Pise »), et se surnommait parfois lui-même « Leonardo Bigollo » (*bigollo* signifiant « voyageur » en italien).

2. Les abeilles

Les abeilles font partie de la famille des Hyménoptères (ordre d'invertébrés) qui comprend aussi les guêpes et environ 100 000 espèces de fourmis. Quasiment toutes les espèces de cette famille ont une particularité chimique assez curieuse: les œufs fécondés donnent naissance à des femelles tandis que ceux qui ne l'ont pas été donnent naissance à des mâles. Chez les abeilles, c'est donc la reine qui contrôle le sexe d'un œuf en décidant ou non de le féconder à partir du sperme emmagasiné des mois, voire des années auparavant lors du vol nuptial. Ainsi, génétiquement parlant, l'abeille femelle a un père et une mère (la reine), alors que l'abeille mâle a une mère uniquement.
On schématise les ancêtres (M=mâle ; F=femelle) d'une abeille mâle.



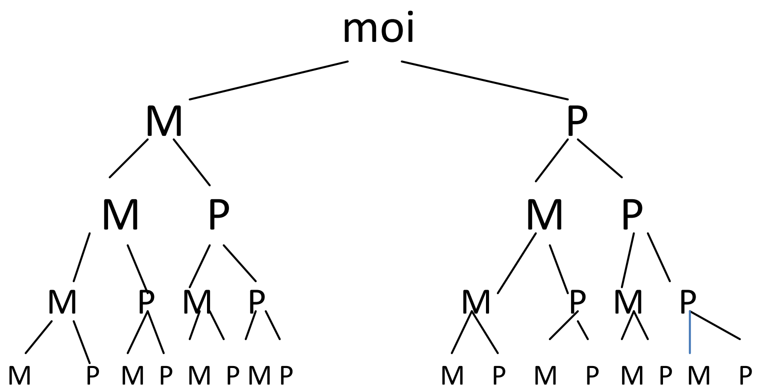
Nous avons construis et remplis ce tableau pour les abeilles :

Générations	Nombre de mâles	Nombre de femelles	Total
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	1	2
4	1	2	3
5	2	3	5
6	3	5	8
7	5	8	13

Dans le nombre de mâles, de femelles et dans le total nous retrouvons la suite de Fibonacci.

Nous avons construis et remplis un tableau identiques pour les humains :

Génération	Hommes (p)	Femmes (m)	total
1	0	1	1
2	1	1	2
3	2	2	4
4	4	4	8
5	8	8	16
6	16	16	32
7	32	32	64
8	64	64	128



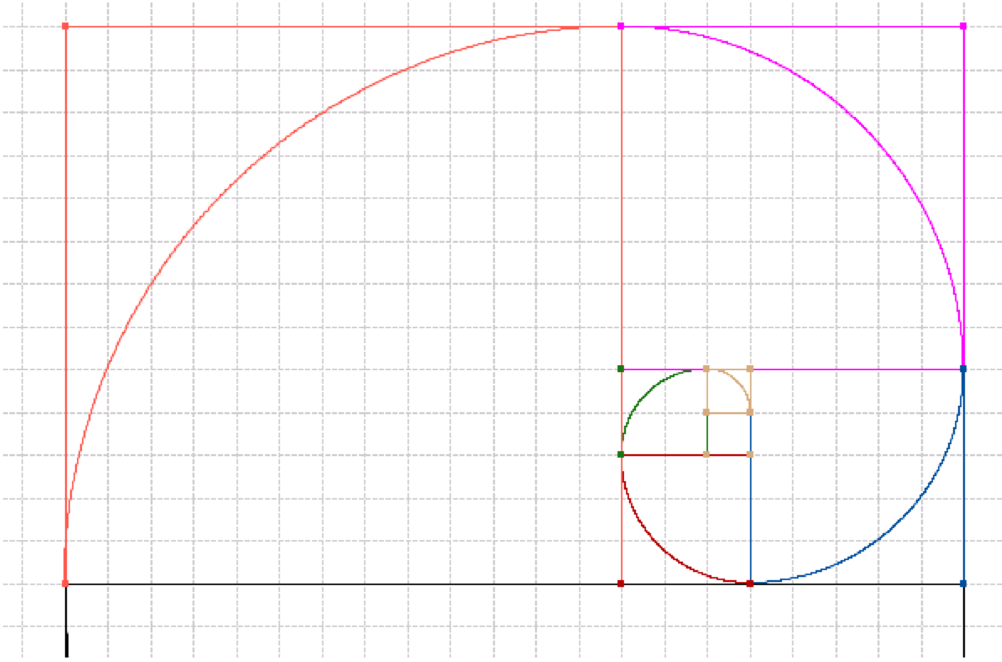
A chaque génération, le nombre d'ancêtre double.

Et ça ne fait pas la suite de Fibonacci comme pour les abeilles.

3. Une spirale étonnante

En mathématiques, une spirale est une courbe qui commence en un point central puis s'en éloigne de plus en plus, en même temps qu'elle tourne autour.

La spirale d'or est une spirale mathématique découverte par Fibonacci au 13^{e} siècle .Nous l'avons construite sur une feuille quadrillée où elle était commencée. Nous l'avons terminée grâce à plusieurs carrés dont les dimensions sont : 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34…



Nous avons trouvé des spirales dans la nature :

-avec les escargots (achatines)

- avec les ouragans : œil d'un cyclone

-avec les galaxies

- avec les coquillages de Guadeloupe

-avec les congolios

-avec les fougères trouvées sur le bord de la route de la traversée

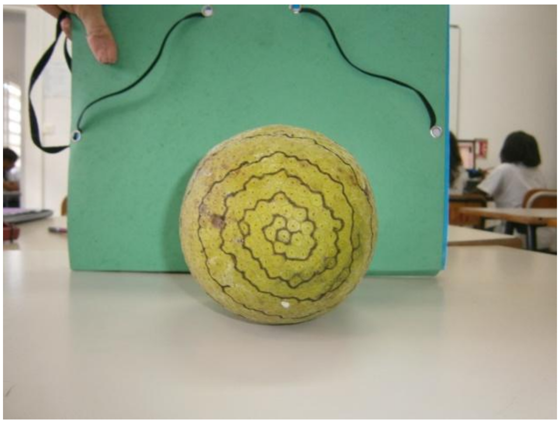
-avec un bébé palmier dans le jardin de Malou

- avec un aloès

- avec les ananas

On a repassé au feutre les spirales, on les a comptées, on en a trouvé 8 dans un sens et 13 dans l'autre sur tous les ananas que nous avions apportés. On a remarqué que ces deux nombres font partie de la suite de Fibonacci.

-avec un fruit à pain

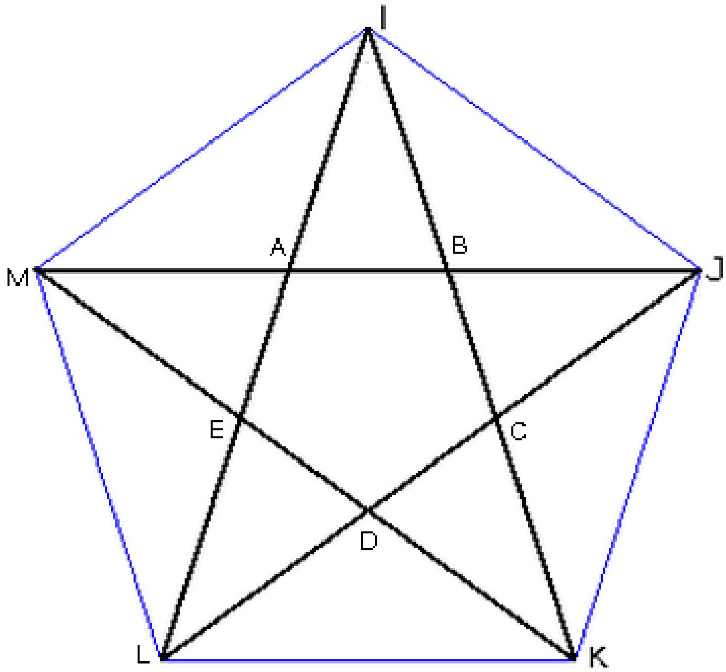


-avec les épluchures d'une orange

-avec une pomme cannelle.

Comme pour l'ananas, on a observé des spirales mais on n'a pas réussi à les compter.

4. **Le pentagone**



La figure ci-dessus a été réalisée sur le logiciel CABRI GEOMETRE, en changeant la taille de la figure on a fait un relevé de plusieurs mesures.

En choisissant trois segments du pentagone régulier: [IJ], [IB] et [AB] avec :

[IJ] = 14.82 cm

[IB] = 9.16 cm

[AB] = 5.66 cm (mesures différentes sur la figure données à titre d'exemple).

Nous avons calculé:

$\frac{IB}{AB} = \frac{9.16}{5.66} = \varphi \approx 1.618$ ***(arrondi au millième).***

Puis on calcule:

$\frac{IJ}{IB} = \frac{14.82}{9.16} = \varphi \approx 1.618$ ***(arrondi au millième).***

Conclusion: ***sur toutes nos mesures on a obtenu***

$\frac{IB}{AB} = \frac{IJ}{IB} \approx \varphi$ ***………. qui est l'équivalent du nombre d'or 1,618.***

Donc on retrouve le nombre d'or dans le pentagone régulier.

Comment obtenir [IB] et [IJ] avec le nombre d'or ?

Pour obtenir IB avec AB, nous faisons: $AB \times \varphi$

$$= 5.66 \times 1.618 \approx 9.16$$

Et pour obtenir IJ avec IB, nous faisons: $IB \times \varphi$

$$= 9.16 \times 1.618 \approx 14.82$$

Dans la nature, nous avons pu observer le pentagone et le pentagone étoilé :

-avec les fleurs

Liseron

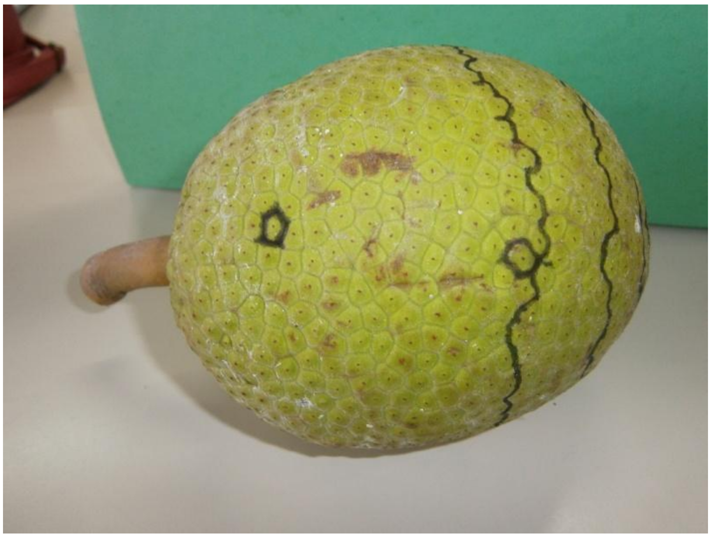
pervenche de Madagascar

Alamanda

-avec les fruits

Carambole

pommes coupées en deux



Des pentagones et des hexagones sur un fruit à pain

-avec les animaux

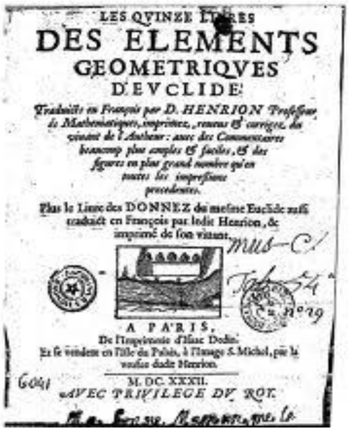
Etoiles de mer

Dollar des sables (squelette d'oursin) ramassé au fond de la mer à l'ilet Gosier

LES ARTS ET LA DIVINE PROPORTION

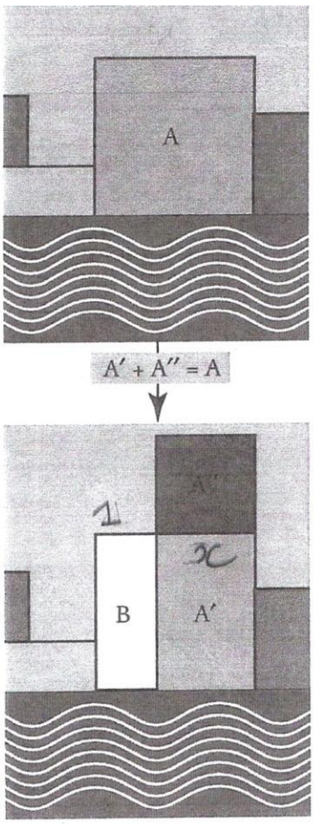
1. Origine du nombre d'or

La première apparition du nombre d'or figure dans les éléments d'Euclide, livre II, proposition 11 écrit par Euclide.



LES QVINZE LIVRES DES ELEMENTS GEOMETRIQVES D'EVCLIDE.
Traduicts en François par D. HENRION Professeur es Mathematiques, imprimez, reveus & corrigez, du vivant de l'Autheur : avec des Commentaires beaucoup plus amples & faciles, & des figures en plus grand nombre qu'en toutes les impressions precedentes.
Plus le Livre des DONNEZ du mesme Euclide aussi traduict en François par ledit Henrion, & imprimé de son vivant.
A PARIS,
De l'Imprimerie d'Isaac Dedin.
Et se vendent en l'Isle du Palais, à l'Image S. Michel, par la vefue dudit Henrion.
M. DC. XXXII.
AVEC PRIVILEGE DV ROY.

Euclide né vers -325, mort vers -265 à Alexandrie est un mathématicien de la Grèce antique, auteur des *Éléments*, qui sont considérés comme l'un des textes fondateurs des mathématiques.



Il s'agit d'un problème pratique posé par l'arrivée d'un nouvel agriculteur voulant un champ avec accès au Nil : le propriétaire du champ carré A accepte de céder une partie B de son champ sur toute sa profondeur ; il en garde A', tout en gagnant une certaine partie A'', qu'il veut carrée, sur la même largeur que A'. Evidemment A'' et B gardent la même surface.

On pose « x » le côté de la parcelle A'' et « 1 » la largeur du rectangle B.

Nous avons résolu ce problème et obtenu l'équation suivante : $\mathbf{x^2 = x + 1}$.

L'unique solution positive de cette équation est le nombre d'or :

x^2	$x+1$
$= \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$	$= \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1$
$= \frac{1^2 + 2 * 1 * \sqrt{5} + \sqrt{5}^2}{2^2}$	$= \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{2}{2}$
$= \frac{1 + 2\sqrt{5} + 5}{4}$	$= \frac{1+\sqrt{5}+2}{2}$
$= \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4}$	$= \frac{3+\sqrt{5}}{2}$
$= \frac{(6 + 2\sqrt{5})/2}{4/2}$	
$= \frac{3+\sqrt{5}}{2}$	

Le nombre d'or vaut exactement $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ souvent désigné par la lettre ϕ (phi). Sa valeur approchée au millième est 1,618.

2. Rectangle d'or

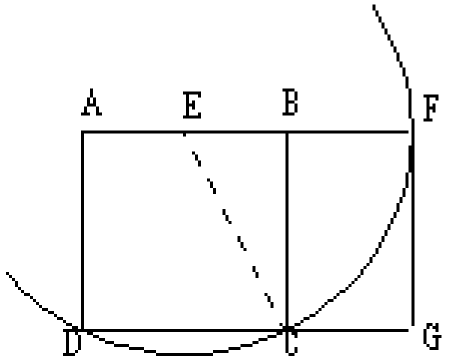
On appelle *rectangle d'or* un rectangle tel que le rapport des mesures de sa longueur et de sa largeur soit le nombre d'or, c'est à dire tel que son format vérifie $\frac{L}{l} = \varphi$

Construction d'un rectangle d'or

La construction d'un rectangle d'or est simple, il suffit de suivre les instructions suivantes :

- tracer un carré *ABCD*
- noter *E* le milieu de [*AB*]
- tracer un cercle *C* de centre *E* et de rayon (*EC*)

.



- prolonger [*AB)* jusqu'à ce qu'il coupe le cercle
- noter F le point d'intersection de (*AB*) sur *C*
- tracer [*FG*] perpendiculaire à [*AF*]
- prolonger [*DC*] jusqu'à ce qu'il coupe la perpendiculaire
- noter *G* le point d'intersection

Le rectangle obtenu est un rectangle d'or.

Prouvons que cette construction aboutit bien à un rectangle d'or, c'est à dire que $\frac{AF}{AD} = \varphi$.

Notons a le coté du carré initial. On a alors $EB = \frac{a}{2}$ et $BC = a$

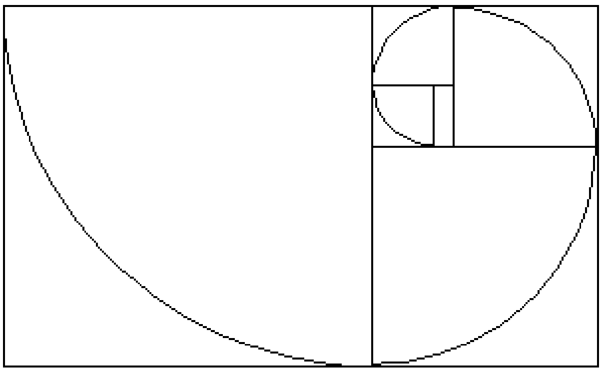
En utilisant le théorème de Pythagore on a $EC^2 = \frac{a^2}{4} + a^2 = \frac{5a^2}{4}$

et par suite $EF = EC = \frac{\sqrt{5}a}{2}$

On a donc $\frac{AF}{AD} = \varphi$ puisque $\frac{AF}{FD} = \frac{\frac{a}{2} + \frac{a\sqrt{5}}{2}}{a} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Rectangles d'or à l'infini

Tout rectangle d'or peut se décomposer en un carré et un rectangle d'or qui lui aussi peut se décomposer en un carré et un rectangle d'or. On peut renouveler cette construction autant de fois qu'on le veut. Un rectangle d'or peut donc être décomposé en une infinité de carrés tous différents Dans ce tourbillon de carrés il est possible d'inscrire une spirale.



Rectangles d'or dans l'art

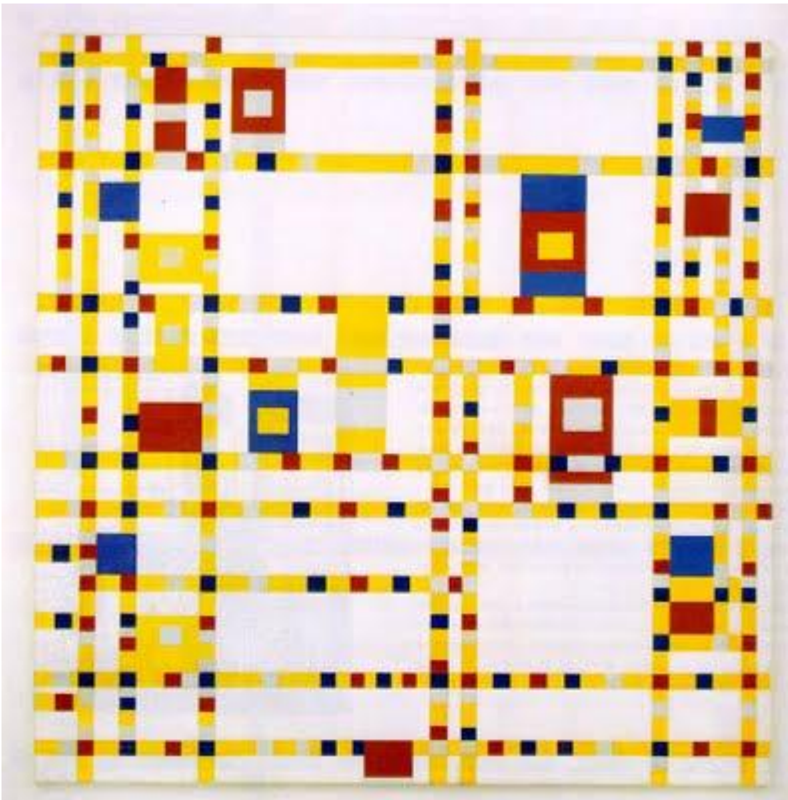
On a retrouvé les rectangles d'or dans l'art :

-en architecture

Le Parthénon est un temple grec bâti au V$^{\text{ème}}$ siècle avant Jésus-Christ, en l'honneur de la déesse Athéna, protectrice de la Cité d'Athènes. Sa construction (commandée par Périclès) est attribuée à l'architecte Ictinos et au sculpteur/architecte Phidias. Phidias, architecte à qui nous devons l'attribution de la lettre *phi* (φ), pour le nombre d'or.

La façade du **Parthénon** s'inscrit dans un rectangle **d'or** montré sur le dessin.

-en peinture



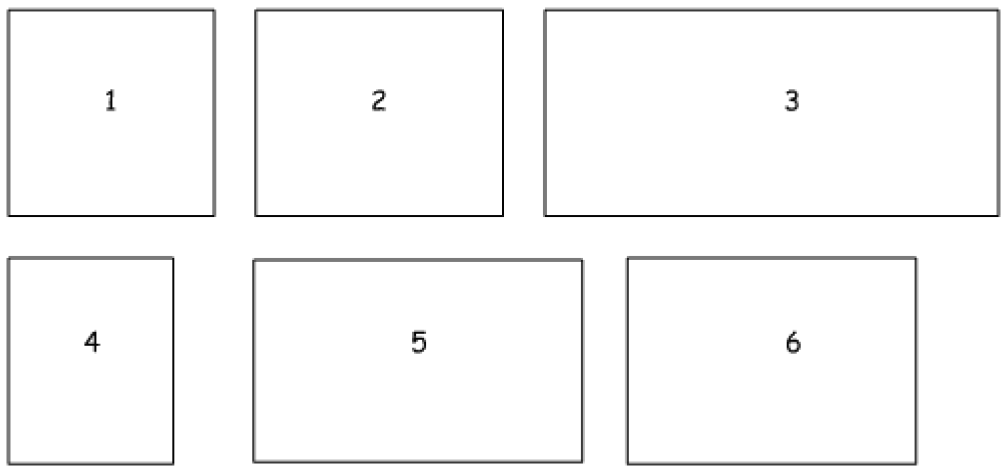
Broadway Boogie-Woogie de Mondrian (1872-1944), Museum of Modern Art, New York.

Les verticales et les horizontales de cette œuvre délimitent un grand nombre de rectangles d'or.

Enquête

Nous avons mené une enquête auprès de 124 personnes en leur posant la question suivante :

Parmi ces six rectangles, quel est celui qui te semble le plus harmonieux ?



Voici les résultats obtenus :

Rectangles	1	2	3	4	5	6	TOTAL
Nombres de personnes	13	22	40	7	30	12	124
Pourcentages	10	18	32	6	24	10	100

Le rectangle 5 est le seul **rectangle d'or**, on remarque que 24% des personnes interrogées l'on choisit comme étant le rectangle **le plus harmonieux**.

Le rectangle 3 a été choisi par 32% des personnes interrogées pour qui « il représente le rectangle qui ressemble le plus à un rectangle » : beaucoup d'écart entre sa largeur et sa longueur.

Rectangle 1 :

Longueur = 2,7cm

Largeur = 2,7cm

Longueur / largeur = **1**

Rectangle 2 :

Longueur = 3,3cm

Largeur = 2,7cm

Longueur / largeur ≈ **1,2**

Rectangle 3 :

Longueur = 6cm

Largeur = 2,7cm

Longueur / largeur ≈ **2,2**

Rectangle 4:

Longueur = 2,7 cm

Largeur = 2,2cm

Longueur / largeur ≈**1,2**

Rectangle 5:

Longueur = 4,4cm

Largeur = 2,7cm

Longueur / largeur ≈ **1,6**

Rectangle 6:

Longueur = 3,8cm

Largeur = 2,7cm

Longueur / largeur ≈ **1,4**

CONCLUSION

Il existe des propriétés mathématiques communes dans le corps humain, la nature et les arts.

Les formes géométriques communes qu'on a trouvées sont : le carré, le cercle, le rectangle d'or, le pentagone, le pentagone étoilé et la spirale.

Les nombres communs qu'on a trouvés sont : le 2, le 5, le nombre d'or et les nombres de la suite de Fibonacci.

RESUME

Nous avons cherché des mathématiques là où l'on ne s'y attend pas pour tenter de répondre à la question : « Existe-t-il des propriétés mathématiques communes dans le corps humain, les sciences de la vie et de la nature et les arts ? »

Nous avons découvert la suite de Fibonacci, le nombre d'or, des astuces pour connaître sa taille sans se mesurer de la tête aux pieds, des étoiles à 5 branches et des spirales dans la nature, l'Homme de Vitruve, la canne des bâtisseurs …

Les formes géométriques communes qu'on a trouvées sont : le carré, le cercle, le rectangle d'or, le pentagone, le pentagone étoilé et la spirale.

Les nombres communs qu'on a trouvés sont : le 2, le 5, le nombre d'or et les nombres de la suite de Fibonacci.