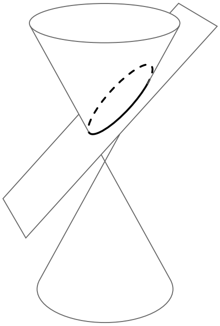
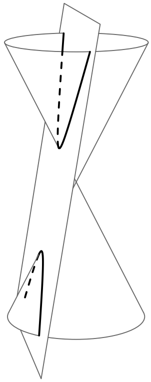
Coniques

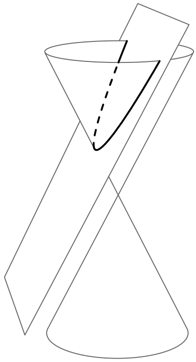
Une *conique* est l'intersection d'un cône de révolution et d'un plan.



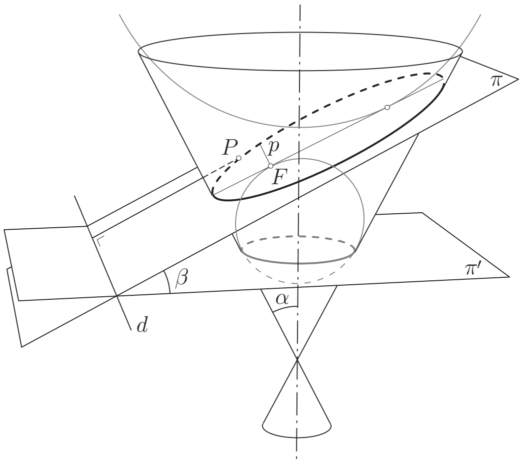
Ellipse



Hyperbole



Parabole



P : point quelconque de la conique

F : foyer

d : directrice

π : plan de la conique

π' : plan du cercle de contact sphère-cône

α : demi-angle d'ouverture du cône

β : angle des plans π et π'

e : excentricité définie par $e = \dfrac{\sin(\beta)}{\cos(\alpha)}$

p : demi-paramètre

Propriété caractéristique

Si $e \neq 0$, alors $\boxed{PF = e \cdot \delta(P; d)}$

Si $e = 0$, la conique est un cercle de centre F et de rayon PF.

Équation générale

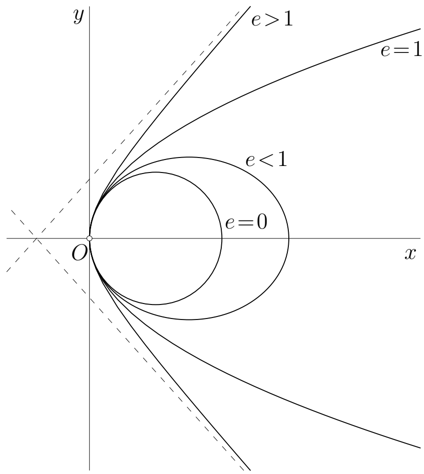
$$\boxed{Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0} \quad \text{où } (A\,;B\,;C) \neq (0\,;0\,;0)$$

Soit $L = \begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix}$ et $l = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}$

Si $L \neq 0$ et $l > 0$ la conique est une ellipse si $(A + C)L < 0$
$l = 0$ la conique est une parabole
$l < 0$ la conique est une hyperbole
Si $L = 0$, la conique est dégénérée.

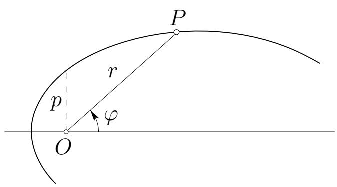
Équation cartésienne (l'origine est un sommet et l'axe des x est l'axe focal)

$$\boxed{(1 - e^2)x^2 + y^2 = 2px}$$

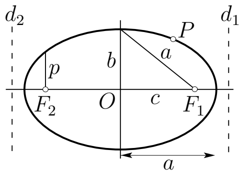
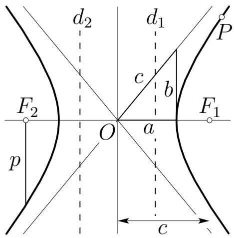
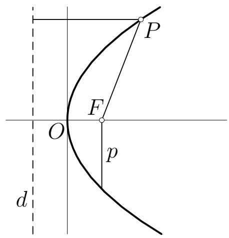


Équation en coordonnées polaires (le pôle est un foyer et l'axe polaire est l'axe focal)

$$\boxed{r = \frac{p}{1 - e\cos(\varphi)}}$$



Si $0 \leq e < 1$ la conique est une ellipse (un cercle si $e = 0$)
$e = 1$ la conique est une parabole
$e > 1$ la conique est une hyperbole

	Ellipse	Hyperbole	Parabole
			
Définition	$PF_1 + PF_2 = 2a$	$\lvert PF_1 - PF_2 \rvert = 2a$	$PF = \delta(P; d)$
Demi-distance focale c	$c^2 = a^2 - b^2$	$c^2 = a^2 + b^2$	
Excentricité	$e = \dfrac{c}{a} < 1$ ($e = 0$: cercle)	$e = \dfrac{c}{a} > 1$	$e = 1$
Demi-paramètre	$p = \dfrac{b^2}{a}$	$p = \dfrac{b^2}{a}$	p
Foyers	$F_1(c\,;0),\ F_2(-c\,;0)$	$F_1(c\,;0),\ F_2(-c\,;0)$	$F(\frac{p}{2}\,;0)$
Équation	$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$	$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$	$y^2 = 2px$
Tangente en $P_1(x_1\,;y_1)$	$\dfrac{x_1 x}{a^2} + \dfrac{y_1 y}{b^2} = 1$	$\dfrac{x_1 x}{a^2} - \dfrac{y_1 y}{b^2} = 1$	$y_1 y = px + px_1$
Tangentes de pente m	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2}$	$y = mx + \dfrac{p}{2m}$
Directrices	$x = \pm \dfrac{a^2}{c} = \pm \dfrac{a}{e}$	$x = \pm \dfrac{a^2}{c} = \pm \dfrac{a}{e}$	$x = -\dfrac{p}{2}$
Asymptotes		$y = \pm \dfrac{b}{a}x$	
Équations paramétriques	$\begin{cases} x = a\cos(t) \\ y = b\sin(t) \end{cases}$	$\begin{cases} x = \pm\, a\cosh(t) \\ y = b\sinh(t) \end{cases}$	$\begin{cases} x = pt^2 \\ y = \sqrt{2}\,pt \end{cases}$