Remarque

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est appelé **vecteur directeur** de la droite (AB). Un vecteur directeur est toujours différent du vecteur nul. Tout vecteur non nul colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ est aussi un vecteur directeur de la droite (AB).

THEOREME 17 Deux droites sont parallèles si et seulement si leurs vecteurs directeurs respectifs sont colinéaires.

Exercices

67 *Les droites* (AB) *et* (CD) *sont-elles parallèles dans les cas suivants? Quelle est l'intersection de* (AB) *avec les axes du système de coordonnées?*

a) A(2; 1), B(2; 0), C$\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$, D$\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

b) A(1; -2), B(1; 0), C$\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$, D(2; 0)

c) A(1; -1), B(2; -3), C(3; -2), D(5; -6)

~~68~~ *On donne* A(3; 5), B(1; -3), $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$. *Déterminer le point de l'intersection des droites* $d(A, \vec{a})$ *et* $d(B, \vec{b})$.

69 *On donne* A(-3; -5), B(5; 1), C(1; 7). *Déterminer les milieux des côtés du triangle* ABC *et le point de concours des médianes.*

Exercices

67 *Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles dans les cas suivants? Quelle est l'intersection de (AB) avec les axes du système de coordonnées?*

a) A (2; 1), B (2; 0), C $(\frac{3}{2};\frac{1}{2})$, D $(\frac{3}{2};0)$

b) A (1; -2), B (1; 0), C $(-1;-\frac{3}{2})$, D (2; 0)

c) A (1; -1), B (2; -3), C (3; -2), D (5; -6)

Données : $\ast \{A, B, C, D\} \subset \mathbb{P}$

Résolution : b) $(AB) \parallel (CD)$? $\overset{\text{thm 17}}{\Longleftrightarrow} \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 0$

$\Longleftrightarrow \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 2 & \frac{3}{2} \end{vmatrix} = -6$ donc non !

c) A (1; -1), B (2; -3), C (3; -2), D (5; -6)

* $(AB) // (CD) \iff \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires

Soit $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = -4-(-4) = 0$

donc $(AB) // (CD)$.

* équation de (AB) :

$M(x;y) \in (AB) \iff \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$

$\iff \begin{vmatrix} (x-1) & 1 \\ (y+1) & -2 \end{vmatrix} = 0 \iff -2(x-1) - (y+1) = 0$

$\iff -2x - y + 1 = 0$

$\iff 2x + y - 1 = 0 : (AB)$

* équation de (CD):

$M(x;y) \in (CD) \iff \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CD}) = 0$

$\iff \begin{vmatrix} (x-3) & 2 \\ (y+2) & -4 \end{vmatrix} = 0$ <=> -4(x-3)-2(y+2) = 0

<=> -4x - 2y + 8 = 0

<=> 4x + 2y - 8 = 0

<=> 2x + y - 4 = 0 : (CD)

$2x + y - 1 = 0 : (AB)$

c) A (1; -1), B (2; -3), C (3; -2), D (5; -6)

69 *On donne* A(-3; -5), B (5; 1), C (1; 7). *Déterminer les milieux des côtés du triangle* ABC *et le point de concours des médianes.*

Appelons M1 le milieu du segment [A,B]

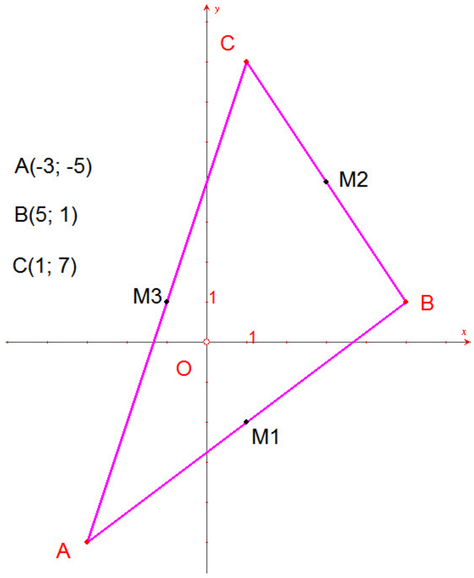
Appelons M2 le milieu du segment [B,C]

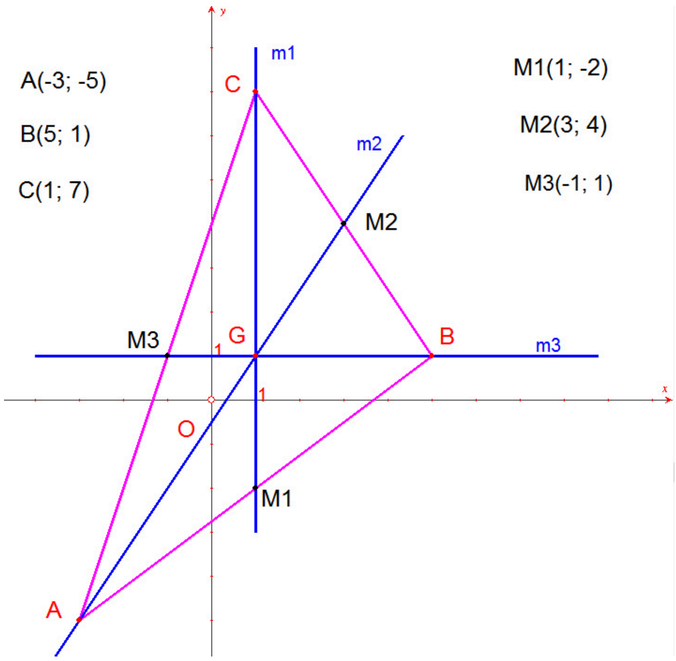
Appelons M3 le milieu du segment [A,C]

Alors M1(1 ; -2)

Alors M2(3 ; 4)

Alors M3(-1 ; 1)




A(-3; -5)
B(5; 1)
C(1; 7)
M1(1; -2)
M2(3; 4)
M3(-1; 1)
m1
m2
m3
C
M2
M3
G
B
O
M1
A
1
1

<u>Données</u> : $\begin{cases} * \ \mathcal{B} = (O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}) \\ * \ A(-3;-5),\ B(5;1) \text{ et } C(1;7) \end{cases}$

Calculer les coord. du point G, centre de gravité du triangle :

équation de 2 médianes :

Soit $M_1(1 \ ; -2)$ milieu de $[A,B]$

$M_2(3 \ ; 4)$ milieu de $[B,C]$

$M_3(-1 \ ; 1)$ milieu de $[A,C]$

Soit $m_2 = (AM_2)$: $3x - 2y - 1 = 0$

en effet : $M(x;y) \in (AM_2) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM_2}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+3 & 6 \\ y+5 & 9 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 9x - 6y - 3 = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 2y - 1 = 0$

Soit $m_3 = (BM_3)$: où $B(5\,;1)$ et $M_3(-1\,;\,1)$

en effet : $M(x\,;y) \in (BM_3) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BM_3}) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-5 & -6 \\ y-1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 0(x-5) - (-6)(y-1) = 0$$

$\Leftrightarrow$ 0x + 6(y-1) = 0

$\Leftrightarrow$ 6(y-1) = 0 $\Leftrightarrow$ (y-1) = 0

$\Leftrightarrow$ y-1 = 0

$\Leftrightarrow m_3 : y = 1$

m_3 est une droite horizontale

Soit $m_1 = (CM_1)$: où $C(1;7)$ et $M_1(1;-2)$

en effet : $M(x;y) \in (CM_1) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CM_1}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-1 & 0 \\ y-7 & -9 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$ (-9)(x-1) - 0(y-7) = 0

$\Leftrightarrow$ (-9)(x-1) - 0 = 0

$\Leftrightarrow$ -9(x-1) = 0 $\Leftrightarrow$ (x-1) = 0

$\Leftrightarrow$ x - 1 = 0

$\Leftrightarrow m_3 : x = 1$

m_3 est une droite verticale

* Calculer $G(x;y) \in m_1 \cap m_2 \cap m_3$:

prenons $G \in m_2$ et $G \in m_3$ $\iff \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$

réponse : $G(1;1)$

remarque : $G(1;1)$ et

$A(-3;-5)$ $B(5;1)$ $C(1;7)$

Théorème : si $A(a_1;a_2)$, $B(b_1;b_2)$, $C(c_1,c_2)$

alors $G\left(\frac{a_1+b_1+c_1}{3};\frac{a_2+b_2+c_2}{3}\right)$

Exercice pour demain mardi 5 mai

A(-3; -2)

B(5; -2)

C(3; 7)