THEOREME 15 Si dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on donne $A(a_1, a_2)$ et $B(b_1, b_2)$ alors:

1. $\vec{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}$

2. M milieu de $[A,B]$ $\Leftrightarrow$ $M\left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}\right)$.

Exercice 66

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, *on donne* A(1; 2) *et* B(-3; -1). *Trouver* x, y *et* z *si* M(x, 0) ∈ (AB) *et* N(0, y) ∈ (AB) *et* D(z, 2) ∈ (AB). *A-t-on* E(3; 3) ∈ (AB) ?

Données : $\begin{cases} * \ \mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}) \\ * \ A(1;2) \text{ et } B(-3;-1) \\ * \ M(x,0) \in (AB), \ N(0,y) \in (AB) \\ * \ D(z,2) \in (AB). \\ * \ E(3,3) \in (AB) ? \end{cases}$

<u>Résolution</u> :

* $N(0,y) \in (AB) \iff \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}$ colin.

$\iff \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN}) = 0$

$\iff \begin{vmatrix} -4 & 0-1 \\ -3 & y-2 \end{vmatrix} = 0 \iff (-4)(y-2) - 3 = 0$

$\iff -4y + 5 = 0 \iff y \in \left\{ \frac{5}{4} \right\}$

* $D(z,2) \in (AB) \iff \det(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}) = 0$

$\iff \begin{vmatrix} z-1 & -4 \\ 2-2 & -3 \end{vmatrix} = 0 \iff (-3)(z-1) - 0 = 0$

$\iff z = 1 \iff z \in \{1\}$

* Equations d'une droite :

Soit $\{A, B\} \subset \mathcal{P}$ et la droite $(AB) = d$

Soit un repère $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$

et $A(a_1, a_2)$ et $B(b_1, b_2)$

$$\ldots \Longrightarrow a \cdot x + b \cdot y + c = 0$$

$$\text{et } (a, b) \neq (0, 0)$$

On appelle cette équation, cabri

<u>une</u> équation <u>cartésienne</u> de la droite d.

"Morale de ce théorème" : toute droite du plan est représentée, dans un repère du plan, par une équation de la forme : $ax+by+c = 0$ et réciproquement.

Donc, si un point $M(m_1;m_2)$ est élément de la droite d d'équation : $ax+by+c = 0$, alors ses coordonnées VERIFIENT cette équation, c'est à dire :

$$M(m_1;m_2) \text{ appartient à } d \iff a\underset{x}{m_1} + b\underset{y}{m_2} + c = 0$$

Exercice : cf l'exercice 66

Soit $A(1;2)$ et $B(-3;-1)$ et $\mathcal{R}=(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

Calculer une équation cartésienne de la droite (AB) :

$\boxed{+3x - 4y + 5 = 0}$ équation cartésienne de la droite (AB)

Trouver quelques points éléments de la droite (AB) :

C(2;11/4)
D(5;5)
E(9 ; 8)

fig

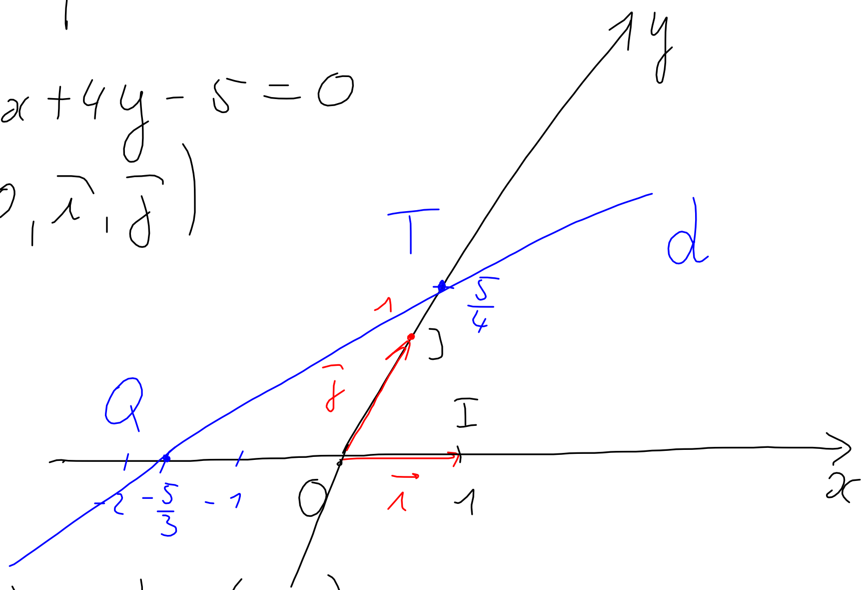
5	5
9	8
-7	-4

Représentation graphique d'une droite d donnée par <u>une</u> équation cartésienne :

Soit d : $-3x+4y-5=0$

et $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$

Pour construire d il nous faut 2 points :



Soit $T\left(0 ; \frac{5}{4}\right) \in d \cap (OJ)$

et $Q\left(-\frac{5}{3} ; 0\right) \in d \cap (OI)$

<u>Remarque</u>

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est appelé **vecteur directeur** de la droite (AB). Un vecteur directeur est toujours différent du vecteur nul. Tout vecteur non nul colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ est aussi un vecteur directeur de la droite (AB).

THEOREME 17 Deux droites sont parallèles si et seulement si leurs vecteurs directeurs respectifs sont colinéaires.

Exercices

67 *Les droites* (AB) *et* (CD) *sont-elles parallèles dans les cas suivants? Quelle est l'intersection de* (AB) *avec les axes du système de coordonnées?*

a) $A(2;1)$, $B(2;0)$, $C(\frac{3}{2};\frac{1}{2})$, $D(\frac{3}{2};0)$

b) $A(1;-2)$, $B(1;0)$, $C(-1;-\frac{3}{2})$, $D(2;0)$

c) $A(1;-1)$, $B(2;-3)$, $C(3;-2)$, $D(5;-6)$

~~68~~ *On donne* $A(3;5)$, $B(1;-3)$, $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$. *Déterminer le point de l'intersection des droites* $d(A,\vec{a})$ *et* $d(B,\vec{b})$.

69 *On donne* $A(-3;-5)$, $B(5;1)$, $C(1;7)$. *Déterminer les milieux des côtés du triangle* ABC *et le point de concours des médianes.*

Exercices

67 Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles dans les cas suivants? Quelle est l'intersection de (AB) avec les axes du système de coordonnées?

a) A (2; 1), B (2; 0), C $(\frac{3}{2};\frac{1}{2})$, D $(\frac{3}{2};0)$

b) A (1; -2), B (1; 0), C $(-1;-\frac{3}{2})$, D (2; 0)

c) A (1; -1), B (2; -3), C (3; -2), D (5; -6)

Données: $\ast$ $\{A, B, C, D\} \subset \mathbb{P}$ et $A(2;1)$, $B(2;0)$, $C\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ et $D\left(\frac{3}{2};0\right)$

Résolution: a) $(AB) \parallel (CD)$? $\overset{\text{thm 17}}{\iff} \det\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = 0$

$$\iff \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = 0 \quad \text{donc oui!}$$

c) A (1; -1) , B (2; -3) , C (3; -2) , D (5; -6)

* $(AB) // (CD) \iff \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires

Soit $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = -4-(-4) = 0$

donc $(AB) // (CD)$.

* équation de (AB) :

$M(x;y) \in (AB) \iff \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$

$\iff \begin{vmatrix} (x-1) & 1 \\ (y+1) & -2 \end{vmatrix} = 0 \iff -2(x-1) - (y+1) = 0$

$\iff -2x - y + 1 = 0$

$\iff 2x + y - 1 = 0 : (AB)$

* équation de (CD)

Pièces jointes

- cours-chap3-280420.fig
- repere-coordonnees.fig
- equation-droite-2.fig
- equation-droite.fig