pour mardi 28 :

- refaire la dernière question de l'exercice 59 mais avec le théorème 14
- faire exe 60 a et b
- faire exe 61

59 *Dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$, on donne $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} -10 \\ 25 \end{pmatrix}$, $\vec{t} = \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix}$. A-t-on $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires? Même question pour $\vec{u}$ et $\vec{w}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$. Comment choisir x si $\vec{u}$ et $\vec{t}$ sont colinéaires, si $\vec{v}$ et $\vec{t}$ non colinéaires?*

Données : $\begin{cases} * \ \mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j}) \\ * \ \vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 10 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{w} = \begin{pmatrix} -10 \\ 25 \end{pmatrix} \\ \text{et } \vec{t} = \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix} \end{cases}$

4) $\vec{u}$ et $\vec{t}$ colinéaires $\left(\Leftrightarrow \exists \alpha \in \mathbb{R} \text{ tel que } \vec{u} = \alpha \cdot \vec{t} \right)$

$\Leftrightarrow \det(\vec{u}, \vec{t}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -5 & x \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow 2x = -5$

$\Leftrightarrow x = \frac{-5}{2}$

$\vec{v}$ et $\vec{t}$ non colinéaires $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 10 & x \end{vmatrix} \neq 0$

$\Leftrightarrow -3x - 10 \neq 0 \Longleftrightarrow x \neq \frac{-10}{3}$

$\Longleftrightarrow x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{-10}{3} \right\}$

Exercices

60 *Si* $(\vec{i}, \vec{j})$ *est une base de* $\mathcal{V}_2$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$:

a) *écrire* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *comme combinaison linéaire de* $\vec{i}$ *et* $\vec{j}$;

b) *a-t-on* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *respectivement* $\vec{u}$ *et* $\vec{w}$ *colinéaires?*

~~c)~~ *si* $(\vec{u}, \vec{v})$ *est une base de* $\mathcal{V}_2$, *déterminer les composantes de* $\vec{i}$ *dans la base* $(\vec{u}, \vec{v})$.

Quelles sont les composantes de $\vec{u}$ *dans la base* $(\vec{u}, \vec{v})$?

61 *Déterminer* x *si* $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{v} = \begin{pmatrix} x-1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *sont colinéaires. Peut-on trouver* y *si* $\vec{s} = \begin{pmatrix} y+1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{t} = \begin{pmatrix} 2 \\ y+2 \end{pmatrix}$ *sont deux vecteurs colinéaires? Trouver* z *si* $\vec{a} = \begin{pmatrix} z \\ 1 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ z \end{pmatrix}$ *sont colinéaires.*

60 *Si* $(\vec{i}, \vec{j})$ *est une base de* $\mathcal{V}_2$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$:

a) *écrire* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *comme combinaison linéaire de* $\vec{i}$ *et* $\vec{j}$;

b) *a-t-on* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *respectivement* $\vec{u}$ *et* $\vec{w}$ *colinéaires?*

~~*c)*~~ *si* $(\vec{u}, \vec{v})$ *est une base de* $\mathcal{V}_2$, *déterminer les composantes de* $\vec{i}$ *dans la base* $(\vec{u}, \vec{v})$.

Quelles sont les composantes de $\vec{u}$ *dans la base* $(\vec{u}, \vec{v})$?

Données: $\begin{cases} * \ \mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j}) \\ * \ \vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \end{cases}$

a) On a : $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} =: -2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$

$\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} =: 4 \cdot \vec{i} + 1 \cdot \vec{j}$

b) * $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colin. ? Soit $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$

$= -2 - 12 = -14 \neq 0$

donc, selon le thm 14, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colin.

* $\vec{u}$ et $\vec{w}$ colin. ? Soit $\det(\vec{u}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{vmatrix}$

$= 6 - 6 = 0$

réponse: oui!

61 *Déterminer* x *si* $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{v} = \begin{pmatrix} x-1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *sont colinéaires.* *Peut-on trouver* y *si* $\vec{s} = \begin{pmatrix} y+1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{t} = \begin{pmatrix} 2 \\ y+2 \end{pmatrix}$ *sont deux vecteurs colinéaires? Trouver* z *si* $\vec{a} = \begin{pmatrix} z \\ 1 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ z \end{pmatrix}$ *sont colinéaires.*

Données: $\begin{cases} * \ \mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j}) \\ * \ \vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} = \begin{pmatrix} x-1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases}$

* Résolution: calculer x si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires:

Soit $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & x-1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 3(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow 2 - 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

61 *Déterminer* x *si* $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{v} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *sont colinéaires. Peut-on trouver* y *si* $\vec{s} = \begin{pmatrix} y + 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{t} = \begin{pmatrix} 2 \\ y + 2 \end{pmatrix}$ *sont deux vecteurs colinéaires? Trouver* z *si* $\vec{a} = \begin{pmatrix} z \\ 1 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ z \end{pmatrix}$ *sont colinéaires.*

Données : $\vec{s} = \begin{pmatrix} y+1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{t} = \begin{pmatrix} 2 \\ y+2 \end{pmatrix}$

Résolution : $\vec{s}$ et $\vec{t}$ colinéaires

$\Leftrightarrow \det(\vec{s}, \vec{t}) = \begin{vmatrix} y+1 & 2 \\ 0 & y+2 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow (y+1)(y+2) - 2 \cdot 0 = 0$

$\Leftrightarrow y \in \{-1 ; -2\}$

61 *Déterminer* x si $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{v} = \begin{pmatrix} x-1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *sont colinéaires. Peut-on trouver* y *si* $\vec{s} = \begin{pmatrix} y+1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{t} = \begin{pmatrix} 2 \\ y+2 \end{pmatrix}$ *sont deux vecteurs colinéaires? Trouver* z *si* $\vec{a} = \begin{pmatrix} z \\ 1 \end{pmatrix}$ *et* $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ z \end{pmatrix}$ *sont colinéaires.*

Calcul de z si $\vec{a} = \begin{pmatrix} z \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ z \end{pmatrix}$ colin. :

On pose : $\det(\vec{a}, \vec{b}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} z & 2 \\ 1 & z \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (z-\sqrt{2})(z+\sqrt{2}) = 0$ | $\Leftrightarrow \cancel{z^2 = 2}$

$\Leftrightarrow z \in \{-\sqrt{2} ; +\sqrt{2}\}$ | $\Leftrightarrow \cancel{z = \pm\sqrt{2}}$

5 Repère du plan

Définition 14 On appelle **repère** du plan un triplet $(O, \vec{i}, \vec{j})$ où $O \in \mathbf{P}$ et $(\vec{i}, \vec{j})$ est une base de $\mathcal{V}_2$. Le point O se nomme **origine** du repère.

Définition 15 On appelle **coordonnées** d'un point M du plan dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les composantes du vecteur $\overrightarrow{OM}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. La première coordonnée se nomme **abscisse** de M et la seconde **ordonnée**.

Notation : $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} \Leftrightarrow M(x,y)$

$$= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

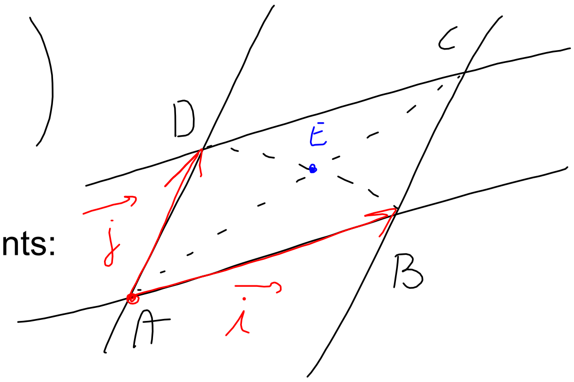
cabri

Notation : $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$

<u>exercice</u> : Soit ABCD un parallélogramme

et un repère :

$\mathcal{R}_1 = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$



calculer les coordonnées des points suivants:

$A(0, 0)$

et $B(1, 0)$

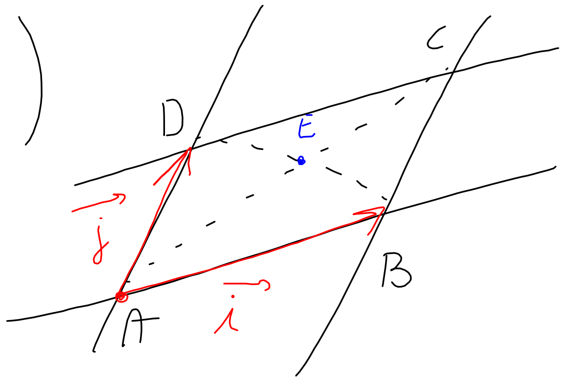
$D(0, 1)$ et $C(1, 1)$

et $E\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ intersection des diagonales (AC) et (BD)

<u>exercice</u> : Soit ABCD un parallélogramme

et un repère :

$$\mathcal{R}_1 = \left(A , \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} \right)$$



Alors $A(0,0)$

car $\overrightarrow{AA} = \vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

et $B(1,0)$ car $\overrightarrow{AB} = 1 \cdot \overrightarrow{AB} + 0 \cdot \overrightarrow{AD}$
$= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$D(0,1)$ car ...

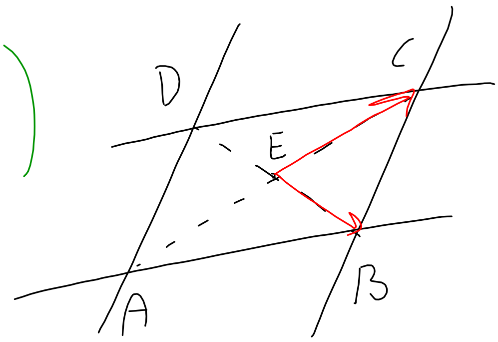
et $C(1,1)$ car $\overrightarrow{AC} = 1 \cdot \overrightarrow{AB} + 1 \cdot \overrightarrow{AD}$
$= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

et $E\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ où $E \in (AC) \cap (BD)$

car $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AC}$ (Thm)

$$= \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Soit $\mathcal{B}_3 = \left(E\ ,\ \overrightarrow{EB}\ ,\ \overrightarrow{EC}\right)$



alors $A(\quad ,\quad)$ car ...

$B(\quad ,\quad)$

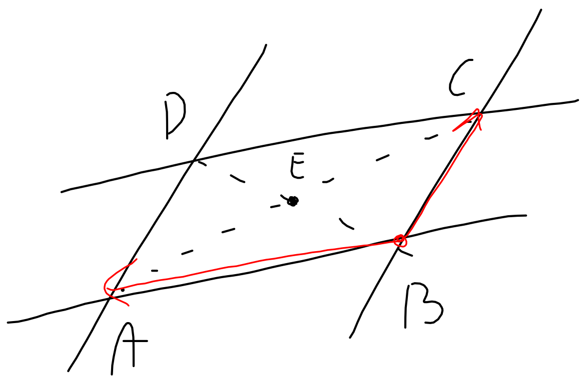
$C(\quad ,\quad)$

$D(\quad ,\quad)$

$E(\quad ,\quad)$

Soit le repère $\mathcal{R}_2 = (B, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$:

d'où
A(,)
B(,)
C(,)
D(,)
E(,)



A jeudi...