

# Examen de mathématique

(Chapitre 4 – systèmes 3)

1) Résoudre les systèmes suivants avec la méthode indiquée :

2 (1) a)  $\begin{cases} 5x + 3y = 3 \\ -7x + 4y = 4 \end{cases}$  (par substitution) et b)  $\begin{cases} -\frac{2}{3}x + y = \frac{5}{7} \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$  (par comparaison)

1) 2) Résoudre le système d'équations suivant :  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y-1} = 10 \\ \frac{5}{x} - \frac{4}{y-1} = 20 \end{cases}$  (méthode au choix)

3) Résoudre avec le théorème de Cramer et discuter les systèmes d'équations paramétriques suivants :

2,4 (1,2) a)  $\begin{cases} mx + 4y = 2 \\ (m^2 - 1)x + 3my = m + 1 \end{cases}$  b)  $\begin{cases} x + 3y = a \\ bx + 6y = 4 \end{cases}$  1,2

5,4 pts

1) a)  $\begin{cases} 5x + 3y = 3 \\ -7x + 4y = 4 \end{cases}$  et  $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3-3y}{5} & 0,2 \\ (-7)\left(\frac{3-3y}{5}\right) + 4y = 4 & 0,2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = \frac{3-3}{5} = 0 \end{cases} \quad 0,2$$

$$\Leftrightarrow (x,y) \in \{(0;1)\}$$

b)  $\begin{cases} -\frac{2}{3}x + y = \frac{5}{7} \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$  et  $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -14x + 21y = 15 & 0,2 \\ 2x - 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15-21y}{-14} \\ x = \frac{10+5y}{2} \end{cases} \quad 0,2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10+5y}{2} \\ \frac{15-21y}{-14} = \frac{10+5y}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-85}{14} \\ x = \frac{10+5\left(\frac{-85}{14}\right)}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x,y) \in \left\{ \left( \frac{-285}{28}; \frac{-85}{14} \right) \right\}$$

Coincidence:

$$(-7)\left(\frac{3-3y}{5}\right) + 4y = 4$$

$$\Leftrightarrow -21 + 21y + 20y = 20$$

$$\Leftrightarrow 41y = 41 \quad 0,2$$

$$\Leftrightarrow y = 1$$

Coincidence

$$* \frac{15-21y}{-14} = \frac{10+5y}{2} \quad \times 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{15-21y}{-7} = 10+5y \quad \times (-7)$$

$$\Leftrightarrow 15-21y = -70-35y \quad 0,2$$

$$\Leftrightarrow 14y = -85$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-85}{14}$$

$$* x = \frac{10+5\left(\frac{-85}{14}\right)}{2} = \frac{140-425}{2 \cdot 14}$$

$$= \frac{-285}{28} \quad 0,2$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y-1} = 10 \\ \frac{5}{x} - \frac{4}{y-1} = 20 \end{cases} \quad \text{et } (x, y) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\Leftrightarrow u = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad t = \frac{1}{y-1} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u + 2t = 10 \\ 5u - 4t = 20 \end{cases} \left| \begin{array}{c|c} 5 & 2 \\ -1 & 1 \end{array} \right| \left. \vphantom{\begin{cases} u + 2t = 10 \\ 5u - 4t = 20 \end{cases}} \right)_{0,2}$$

$$\Leftrightarrow u = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad t = \frac{1}{y-1} \quad \text{et} \quad \begin{cases} 0 \cdot u + 14t = 30 \\ 7u + 0 \cdot t = 40 \end{cases} \left. \vphantom{\begin{cases} 0 \cdot u + 14t = 30 \\ 7u + 0 \cdot t = 40 \end{cases}} \right)_{0,2}$$

$$\Leftrightarrow u = \frac{1}{x} = \frac{40}{7} \quad \text{et} \quad x = \frac{7}{40}$$

$$t = \frac{30}{14} = \frac{15}{7} \quad \text{et} \quad y-1 = \frac{14}{30} = \frac{7}{15} \quad \text{et} \quad y = 1 + \frac{7}{15} = \frac{22}{15} \left. \vphantom{\frac{22}{15}} \right)_{0,4}$$

$$\Leftrightarrow (x, y) \in \left\{ \left( \frac{7}{40}; \frac{22}{15} \right) \right\}$$

$$3) \begin{cases} mx + 4y = 2 \\ (m^2 - 1)x + 3my = m + 1 \end{cases} \quad \text{et } (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\Leftrightarrow D = \begin{vmatrix} m & 4 \\ m^2 - 1 & 3m \end{vmatrix} = 3m^2 - 4m^2 + 4 = -m^2 + 4 = -(m^2 - 4) = -(m-2)(m+2) \quad 0,2$$

$$\text{et} \quad D_x = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ m+1 & 3m \end{vmatrix} = 6m - 4m - 4 = 2m - 4 = 2(m-2) \quad 0,2$$

$$\text{et} \quad D_y = \begin{vmatrix} m & 2 \\ m^2 - 1 & m+1 \end{vmatrix} = m(m+1) - 2(m^2 - 1) = (m+1)[m - 2(m-1)] = (m+1)(-m+2) \quad 0,2$$

$$\text{et} \quad m=2 \quad \text{et} \quad D=0 \quad \text{et} \quad D_x = D_y = 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 3x + 6y = 3 \end{cases} \left. \vphantom{\begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 3x + 6y = 3 \end{cases}} \right)_{0,2}$$

$$\text{et} \quad x+2y=1 \quad \text{et} \quad (x, y) \in \{(1-2k, k) \mid k \in \mathbb{R}\}$$

$$\text{ou} \quad m=-2 \quad \text{et} \quad D=0 \quad \text{et} \quad D_x = -8 \neq 0 \quad (\text{et} \quad D_y = -4 \neq 0) \quad \text{et} \quad (x, y) \in \emptyset \quad 0,2$$

$$\text{ou} \quad m \notin \{2, -2\} \quad \text{et} \quad (x, y) \in \left\{ \left( \frac{-2}{m+2}; \frac{m+1}{m+2} \right) \right\} \quad 0,2$$

1,2

