

Interrogation de mathématique

(Les systèmes de deux équations à deux inconnues - 2)

- 1) Résoudre avec la méthode de substitution, de comparaison ou de combinaisons linéaires (à choix) le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{x-4}{3} - \frac{3y+4}{10} = x - y \\ \frac{2x-5}{5} - \frac{2y-4}{4} = x - 12 \end{cases}$$

- 2) Résoudre avec la méthode de Cramer les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} -4x + \frac{y}{2} = 0 \\ 6x + \frac{3}{4}y = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{4}{x+1} - \frac{1}{y-1} = 3 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y-1} = 4 \end{cases}$$

- 3) Résoudre et discuter selon le paramètre m avec la méthode de Cramer le système suivant :

$$\begin{cases} x + my = 2 \\ 2x + 4y = m + 2 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} \frac{x-4}{3} - \frac{3y+4}{10} = x-y \\ \frac{2x-5}{5} - \frac{2y-4}{4} = x-12 \end{cases} \quad \text{et } (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 40 - 9y - 12 = 30x - 30y \\ 8x - 20 - 10y + 20 = 20x - 240 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -20x + 21y = 52 \\ -12x - 10y = -240 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 20x - 21y = -52 & | 3 & | 5 \\ 6x + 5y = 120 & | -10 & | 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \cdot x - 113y = -156 - 1200 = -1356 \\ 226x + 0 \cdot y = -260 + 2520 = 2260 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow (x,y) \in \{(10; 12)\}$$

$$2a) \begin{cases} -4x + \frac{y}{2} = 0 \\ 6x + \frac{3}{4}y = 3 \end{cases} \quad \text{et } (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8x + y = 0 \\ 24x + 3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - y = 0 \\ 8x + y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow D = \begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} = 8+8 = 16 \neq 0 \quad \text{et } D_x = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = +4$$

$$\text{et } D_y = \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} = 32$$

$$\text{et } (x,y) \in \left\{ \left(\frac{1}{4}; 2 \right) \right\}$$

$$2e) \begin{cases} \frac{4}{x+1} - \frac{1}{y-1} = 3 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y-1} = 4 \end{cases} \quad \text{et } (x; y) \in \mathbb{R} - \{-1\} \times \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{x+1} \quad \text{et } u = \frac{1}{y-1} \quad \text{et } \begin{cases} 4t - u = 3 \\ 2t + 3u = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{x+1} \quad \text{et } u = \frac{1}{y-1} \quad \text{et } D = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 14 \neq 0$$

$$\text{et } D_t = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 13 \quad \text{et } D_u = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 10$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{x+1} = \frac{D_t}{D} = \frac{13}{14} \quad \text{et } u = \frac{1}{y-1} = \frac{D_u}{D} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

$$\Leftrightarrow 14 = 13(x+1) \quad \text{et } 7 = 5(y-1)$$

$$\Leftrightarrow 13x = 1 \quad \text{et } 5y = 12 \quad \Leftrightarrow (x; y) \in \left\{ \left(\frac{1}{13}; \frac{12}{5} \right) \right\}$$

$$3) \begin{cases} x + my = 2 \\ 2x + 4y = m+2 \end{cases} \quad \text{et } (x; y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\Leftrightarrow D = \begin{vmatrix} 1 & m \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 2m = 2(2-m)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & m \\ m+2 & 4 \end{vmatrix} = 8 - m^2 - 2m = -m^2 - 2m + 8 = (-1)(m^2 + 2m - 8) = (-1)(m+4)(m-2)$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & m+2 \end{vmatrix} = m+2 - 4 = m-2$$

$$\text{et } m=2 \quad \text{et } D=0 \quad \text{et } D_x = D_y = 0 \quad \text{et } \begin{cases} x+2y=2 \\ 2x+4y=4 \end{cases}$$

$$\text{et } (x; y) \in \left\{ (2-2k; k) \mid k \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\text{ou } m \neq 2 \quad \text{et } D \neq 0 \quad \text{et } (x; y) \in \left\{ \left(\frac{(-1)(m+4)(m-2)}{2(2-m)}; \frac{m-2}{2(2-m)} \right) \right\}$$

$$\text{et } (x; y) \in \left\{ \left(\frac{m+4}{2}; \frac{-1}{2} \right) \right\}$$